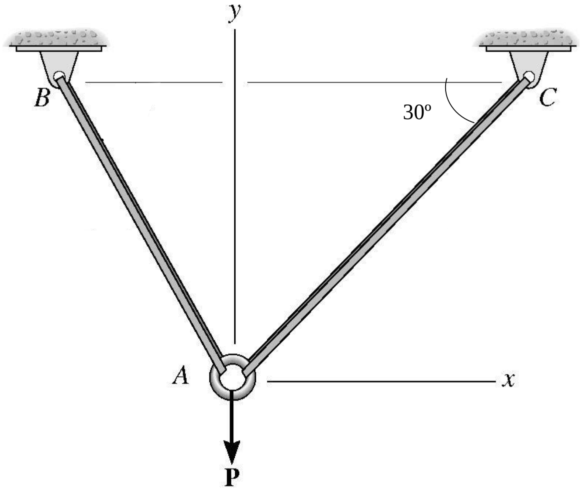
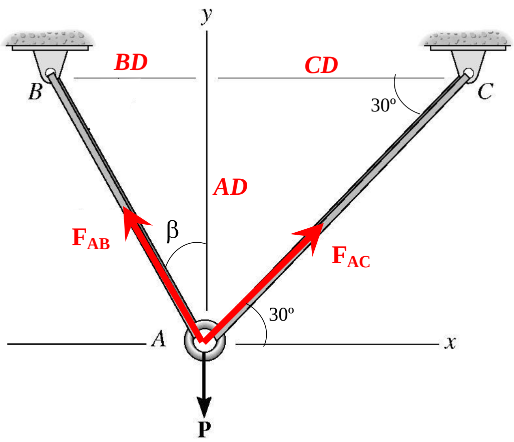
1) Duas barras são usadas para suportar uma carga P=6 kN. O comprimento de AB é 1,20 m, o de AC é 1,6 cm. Encontre os esforços normais nas barras AB e AC para o perfeito equilíbrio estático do nó A, ou seja, calcule os esforços nas barras AB e AC para que a resultante do sistema de forças ao redor de A seja igual a zero.



Solução:



Para encontrar o lado AD, temos que:

$$\mathrm{sen}(30^\circ) = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{160} \Rightarrow$$

$$AD = 160 \times \mathrm{sen}(30^\circ) = 80\ \text{cm}$$

o ângulo β:

$$\cos(\beta) = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{120} \Rightarrow \cos(\beta) = \frac{80}{120}$$

$$\beta = 48{,}1897^\circ = 0{,}841069\ \text{rad}$$

Equações de equilíbrio onde F_{AB} e F_{AC} são as forças nas hastes AB e AC, respectivamente.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{AB} \times \mathrm{sen}(\beta) + F_{AC} \times \cos(30^\circ) = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AB} \times \cos(\beta) + F_{AC} \times \mathrm{sen}(30^\circ) - P = 0 \qquad (2)$$

Assim temos:

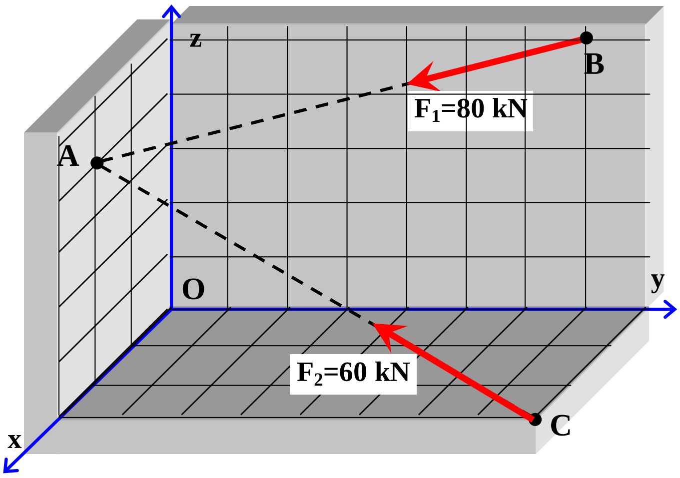
$$F_{AC} = F_{AB} \times \frac{\mathrm{sen}(\beta)}{\cos(30^\circ)} \qquad (1)$$

$$F_{AB} \times \cos(\beta) + F_{AB} \times \frac{\mathrm{sen}(\beta)}{\cos(30^\circ)} \times \mathrm{sen}(30^\circ) = 6 \qquad \text{(1) em (2)}$$

$$\Rightarrow F_{AB} = \frac{6}{\cos(\beta) + \mathrm{sen}(\beta)\mathrm{tg}(30^\circ)} = 5{,}46947\ \text{kN} \qquad \Rightarrow F_{AC} = 5{,}46947 \times \frac{\mathrm{sen}(\beta)}{\cos(30^\circ)} = 4{,}70737\ \text{kN}$$

Resposta: As forças nas barras AB e AC são: **5,47 kN** e **4,71 kN**, respectivamente.

2) Encontre o módulo da força resultante entre as forças F_1 e F_2. Também, calcule o ângulo entre as forças F_1 e F_2. Considere o quadriculado composto de quadrados de 20 cm x 20 cm.



Solução:

As coordenadas dos pontos são:

A(40, 0, 80)

B(0, 140, 100)

C(60, 160, 0)

$$\vec{u}_{BA} = \frac{\vec{r}_{BA}}{\|\vec{r}_{BA}\|} = \frac{(40-0)\vec{i} + (0-140)\vec{j} + (80-100)\vec{k}}{\sqrt{40^2 + 140^2 + 20^2}} = \frac{40\vec{i} - 140\vec{j} - 20\vec{k}}{146{,}969} = 0{,}272\,\vec{i} - 0{,}953\,\vec{j} - 0{,}136\,\vec{k}$$

$$\vec{u}_{CA} = \frac{\vec{r}_{CA}}{\|\vec{r}_{CA}\|} = \frac{(40-60)\vec{i} + (0-160)\vec{j} + (80-0)\vec{k}}{\sqrt{20^2 + 160^2 + 80^2}} = \frac{-20\vec{i} - 160\vec{j} + 80\vec{k}}{180} = -0{,}111\,\vec{i} - 0{,}889\,\vec{j} + 0{,}444\,\vec{k}$$

$$\vec{F}_1 = \|\vec{F}_1\|.\vec{u}_{BA} = 80.\{0{,}272\,\vec{i} - 0{,}953\,\vec{j} - 0{,}136\,\vec{k}\} = 21{,}77\,\vec{i} - 76{,}21\,\vec{j} - 10{,}89\,\vec{k}$$

$$\vec{F}_2 = \|\vec{F}_2\|.\vec{u}_{CA} = 60.\{-0{,}111\,\vec{i} - 0{,}889\,\vec{j} + 0{,}444\,\vec{k}\} = -6{,}667\,\vec{i} - 53{,}33\,\vec{j} + 26{,}67\,\vec{k}$$

$$\Rightarrow$$

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \{21{,}77\,\vec{i} - 76{,}21\,\vec{j} - 10{,}89\,\vec{k}\} + \{-6{,}667\,\vec{i} - 53{,}33\,\vec{j} + 26{,}67\,\vec{k}\}$$

$$\therefore$$

$$\vec{F}_R = 15{,}11\,\vec{i} - 129{,}5\,\vec{j} + 15{,}78\,\vec{k}$$

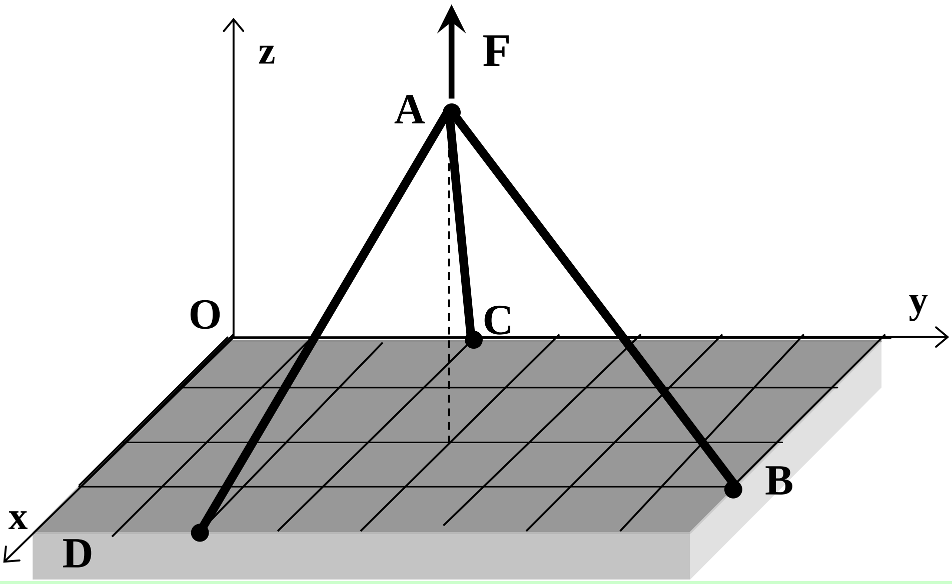
$$\|\vec{F}_R\| = \sqrt{15{,}11^2 + 129{,}5^2 + 15{,}78^2} = 131\text{ kN}$$

$$\vec{r}_{BA}.\vec{r}_{CA} = 40 \times (-20) + (-140) \times (-160) + (-20) \times 80 = 20000$$

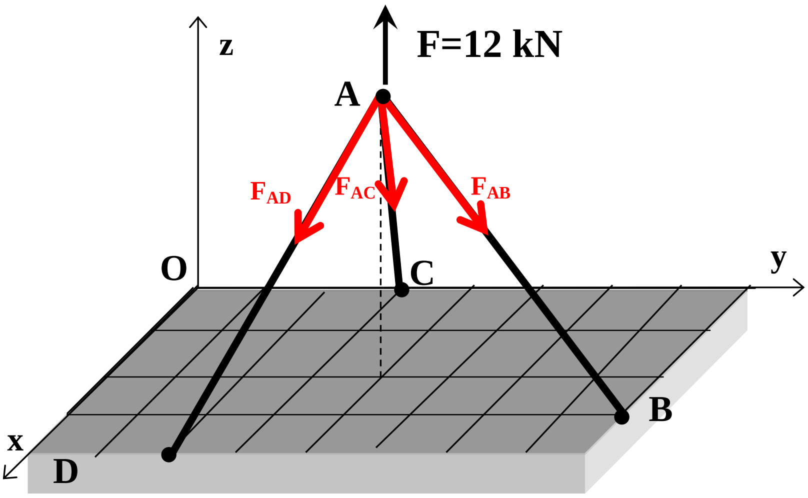
$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{r}_{BA}.\vec{r}_{CA}}{\|\vec{r}_{BA}\|.\|\vec{r}_{CA}\|}\right) = \arccos\left(\frac{20000}{146{,}969 \times 180}\right) = 40{,}9^{o}$$

Resposta: O módulo da força resultante entre as forças F_1 e F_2 é **131 kN** e o ângulo entre as forças F_1 e F_2 é **40,9º**.

3) Determine as forças nas barras (AB, AC e AD) necessárias para suportar a força F = 12 kN aplicada no ponto A. O ponto A está a 8 m acima do plano xy. Considere o quadriculado composto de quadrados de 2 m x 2 m.



Solução:



As coordenadas dos pontos são:

```
A(4,  8, 8)
B(6, 16, 0)
C(0,  6, 0)
D(8,  4, 0)
```

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB}\frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|} = \frac{(6-4)\vec{i}+(16-8)\vec{j}+(0-8)\vec{k}}{\sqrt{2^2+8^2+8^2}} = \{0{,}174078\,\vec{i}+0{,}696311\,\vec{j}-0{,}696311\,\vec{k}\}F_{AB}$$

$$\vec{F}_{AC} = F_{AC}\frac{\vec{r}_{AC}}{\|\vec{r}_{AC}\|} = \frac{(0-4)\vec{i}+(6-8)\vec{j}+(0-8)\vec{k}}{\sqrt{4^2+2^2+8^2}} = \{-0{,}436436\,\vec{i}-0{,}218218\,\vec{j}-0{,}872872\,\vec{k}\}F_{AC}$$

$$\vec{F}_{AD} = F_{AD}\frac{\vec{r}_{AD}}{\|\vec{r}_{AD}\|} = \frac{(8-4)\vec{i}+(4-8)\vec{j}+(0-8)\vec{k}}{\sqrt{4^2+4^2+8^2}} = \{0{,}408248\,\vec{i}-0{,}408248\,\vec{j}-0{,}816497\,\vec{k}\}F_{AD}$$

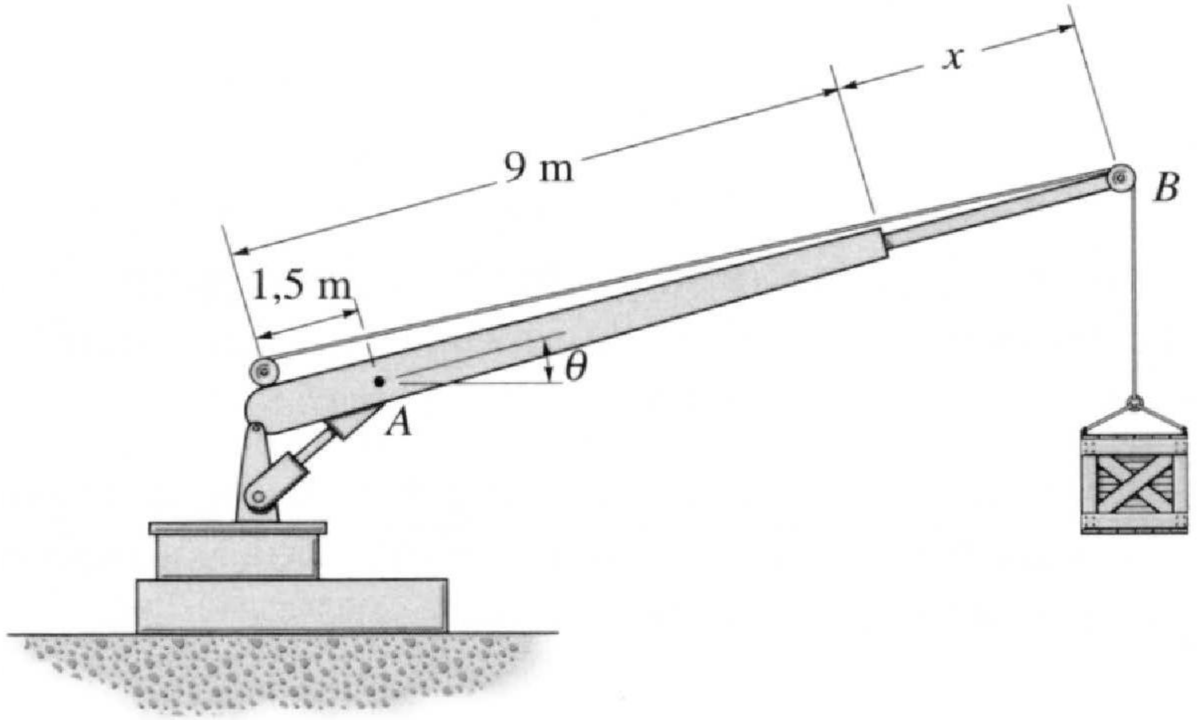
O equilíbrio é conseguido quando:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB}0{,}174078 - F_{AC}0{,}436436 + F_{AD}0{,}408248 = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AB}0{,}696311 - F_{AC}0{,}218218 - F_{AD}0{,}408248 = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -F_{AB}0{,}696311 - F_{AC}0{,}872872 - F_{AD}0{,}816497 + 12 = 0$$

$$F_{AB} = 4{,}49574\ \text{kN}$$
$$F_{AC} = 5{,}97727\ \text{kN}$$
$$F_{AD} = 4{,}47298\ \text{kN}$$

Resposta: As forças F_{AB}, F_{AC} e F_{AD} têm módulos **4,50 kN, 5,98 kN e 4,47 kN**, respectivamente.

4) O guindaste pode ser ajustado para qualquer ângulo $0 \leq \boldsymbol{\theta} \leq 90^{\circ}$ e qualquer extensão $0 \leq \mathbf{x} \leq 5$ m. Para uma massa suspensa de 120 kg, determine o momento desenvolvido em A como função de $\mathbf{x}$ e $\boldsymbol{\theta}$. Quais valores de $\mathbf{x}$ e $\boldsymbol{\theta}$ conduzem ao máximo momento possível em A? Calcule esse momento. Despreze as dimensões da polia em B. Adote g=9,81 m/s^2.



$M_A = (120 \times 9{,}81) \times (7{,}5 + x) \times \cos(\theta) = 1177{,}2 \times \cos(\theta) \times (7{,}5 + x)$ em N.m no sentido horário

O máximo momento em A ocorre quando θ = 0º e x = 5 m, então:

$(M_A)_{max} = 1177{,}2 \times \cos(0) \times (7{,}5 + 5) = 1177{,}2 \times 12{,}5$

$\therefore (M_A)_{max} = 14715 \text{ N.m} = 14{,}715 \text{ kN.m}$

Resposta: O momento desenvolvido em A é $M_A = 1177{,}2 \times \cos(\theta) \times (7{,}5 + x)$ em N.m no sentido horário. O máximo momento possível em A é **14,7 kN.m**.