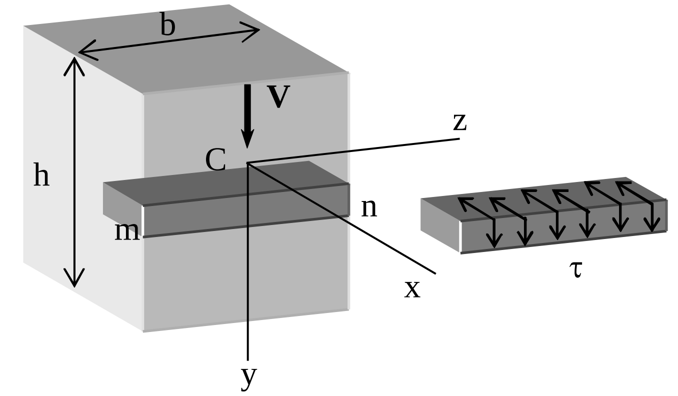
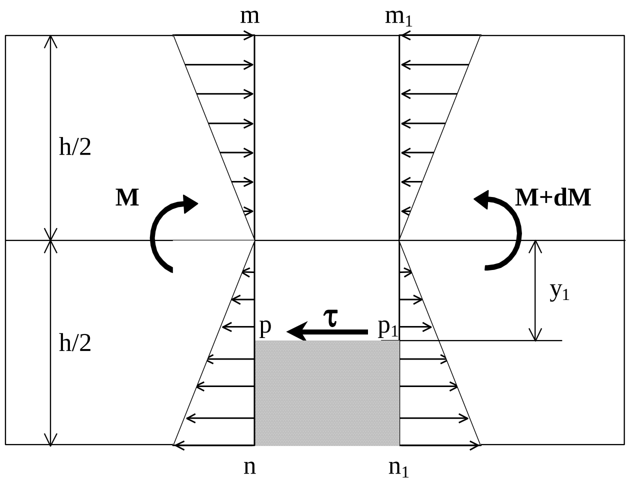
Tensões de Cisalhamento na Flexão



Seja uma viga de seção retangular, de largura b e altura h. As tensões de cisalhamento, τ, são paralelas à força cortante V. Haverá tensões de cisalhamento horizontais entre as fibras horizontais da viga, bem como tensões de cisalhamento transversais nas seções transversais.

Considere agora o caso mais geral de um momento fletor variável, representado por M e M+dM os momentos nas seções transversais mn e m_1n_1, respectivamente. A força normal que atua na área elementar, dA, da face esquerda do elemento será:

$$\sigma_x dA = \frac{M.y}{I_x} dA$$



A soma de todas estas forças distribuídas sobre a face pn será:

$$\int_{yi}^{h/2} \frac{M.y}{I_x} dA \qquad \text{(a)}$$

Do mesmo modo, a soma das forças normais que atuam na face direita, p_1n_1, é:

$$\int_{y_1}^{h/2} \frac{(M+dM)y}{I_x} dA \qquad \text{(b)}$$

A força de cisalhamento horizontal que atua na face superior, pp_1, do elemento é:

$\tau.b.dx$ (c)

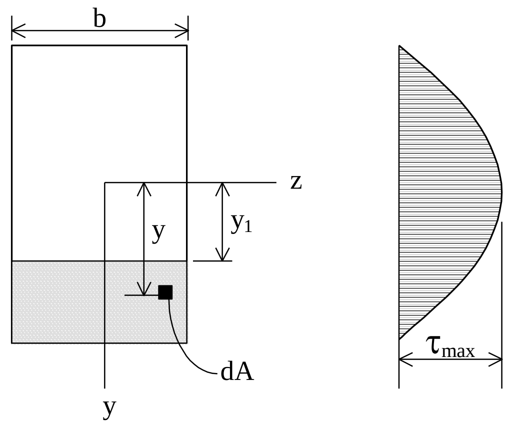
As forças dadas pelas expressões (a), (b) e (c), devem estar em equilíbrio. Assim:

$$\tau.b.dx = \int_{y_1}^{h/2} \frac{(M+dM)y}{I_x} dA - \int_{y_1}^{h/2} \frac{My}{I_x} dA$$

donde: $\tau = \dfrac{dM}{dx}\left(\dfrac{1}{I_x.b}\right)\displaystyle\int_{y_1}^{h/2} y\,dA$

ou, sabendo que dM/dx = V:

$$\tau = \frac{V}{I_x.b} \int_{y_1}^{h/2} y\,dA$$



A integral é o momento estático da área da seção transversal abaixo do nível arbitrário y_1.

Chamando o momento estático de Q, pode-se escrever a equação: $\tau = \dfrac{VQ}{I_x.b}$

Para a seção transversal retangular, a quantidade Q para a área hachurada é: $Q = b\left(h^2/4 - y_1^2\right)/2$

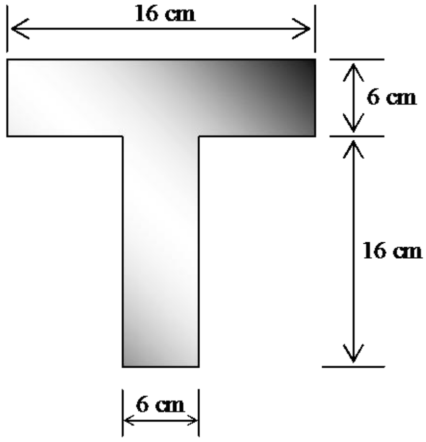
Este resultado mostra que a tensão varia parabolicamente com y_1.

A tensão tem seu máximo valor no eixo neutro (y_1=0), então temos para a seção retangular:

$$Q = \frac{bh^2}{8} \quad \text{e} \quad I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{I_x.b} = \frac{V\dfrac{bh^2}{8}}{I_x.b} = \frac{Vh^2}{8.I_x} = \frac{Vh^2}{8\dfrac{bh^3}{12}} = \frac{12V}{8bh} \qquad \text{onde} \quad A=bh$$

$$\therefore \tau_{max} = \frac{3V}{2A}$$



1) Para a seção transversal "T" de uma viga, vista na figura ao lado, calcule:

a) Momento de inércia (em relação ao eixo neutro da seção);

b) a tensão máxima normal, σ em MPa, para um fletor de 55,5 kN.m

c) a tensão máxima de cisalhamento , τ, para um cortante de 40,4 kN

Solução:

Centro de gravidade da seção "T" (em relação à base)

$$\bar{y} = \frac{\sum A.y}{\sum A} = \frac{(6\times16)\times8 + (16\times6)\times19}{(6\times16)+(16\times6)} = 13{,}5\ \text{cm}$$

a) Momento de inércia para a seção "T"

$$I = \sum I_C + A.d^2 = \left(\frac{6\times16^3}{12} + (6\times16)\times(13{,}5-8)^2\right) + \left(\frac{16\times6^3}{12} + (16\times6)\times(19-13{,}5)^2\right) = 8144\ \text{cm}^4$$

b) Tensão máxima normal:

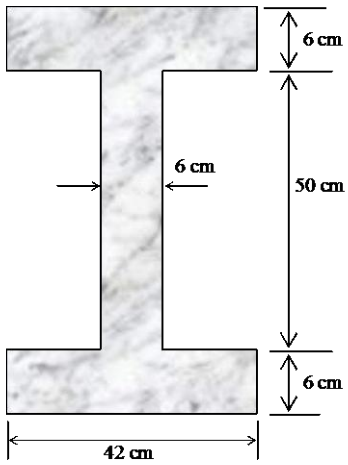
$$\sigma = \frac{5550000}{8144}\times13{,}5 = 9200\ \text{N/cm}^2 = 92\ \text{MPa}$$

Momento Estático Q (abaixo da linha neutra):

$$Q = \sum A.y = (6\times13{,}5)\times\frac{13{,}5}{2} = 546{,}75\ \text{cm}^3$$

c) Tensão máxima de cisalhamento:

$$\tau = \frac{V\,Q}{I\,b} = \frac{40400\times546{,}75}{8144\times6} = 452\ \text{N/cm}^2 = 4{,}52\ \text{MPa}$$



2) Para a seção transversal "**I**" da viga vista na figura ao lado, calcule: o momento de inércia (em relação ao eixo neutro da seção) e a tensão máxima normal, σ, para um fletor de 66 kN.m e a tensão máxima de cisalhamento , τ, para um cortante de 44 kN

Solução:

a) Momento de inércia para a seção "I"

$$I = \sum I_C + A.d^2 = \left[\frac{42\times6^3}{12} + (42\times6)\times28^2\right]\times2 + \frac{6\times50^3}{12} = 459148\ \text{cm}^4$$

b) Tensão máxima normal:

$$\sigma = \frac{6600}{459148}\times31 = 0{,}4456\ \text{kN/cm}^2 = 4{,}456\ \text{MPa}$$

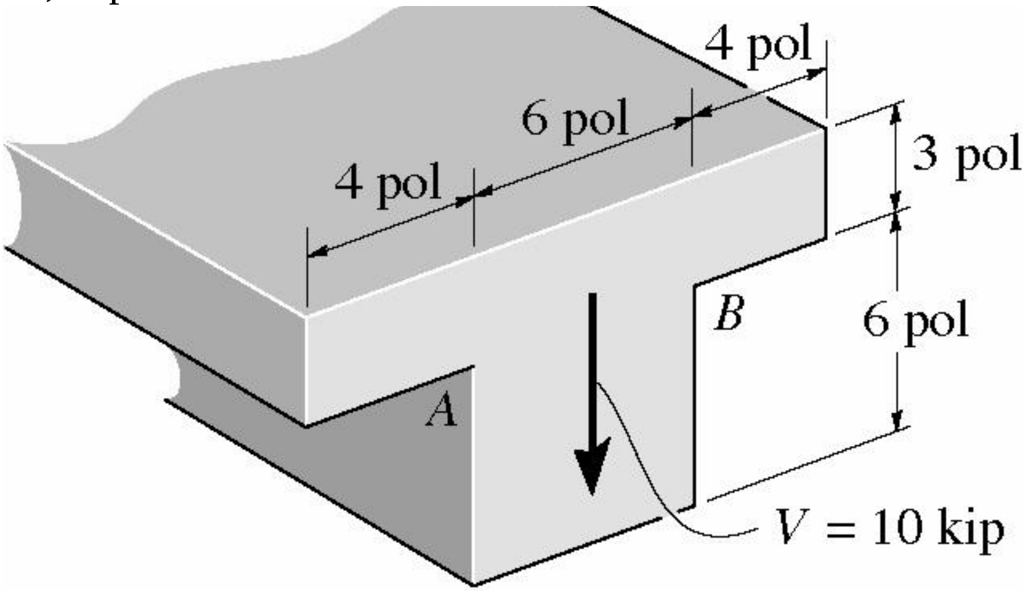
Momento Estático Q (abaixo da linha neutra):

$$Q = \sum A.y = (6\times25)\times\frac{25}{2} + (42\times6)\times28 = 8931\ \text{cm}^3$$

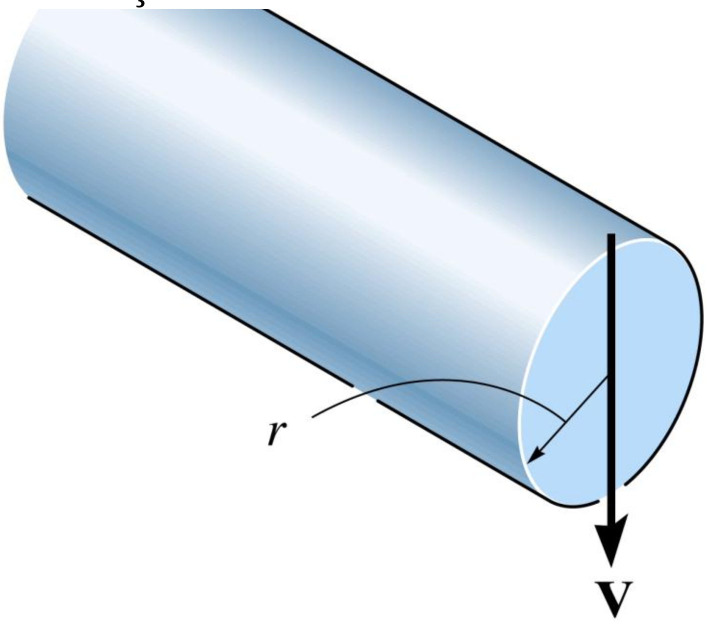
c) Tensão máxima de cisalhamento:

$$\tau = \frac{V\,Q}{I\,b} = \frac{44\times8931}{459148\times6} = 0{,}1426\ \text{kN/cm}^2 = 1{,}426\ \text{MPa}$$

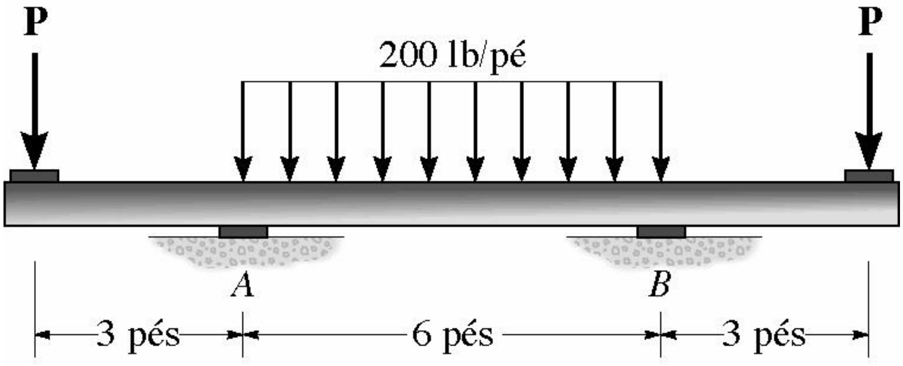
7.5 Se a viga T for submetida a um cisalhamento vertical V = 10 kip, qual será a tensão de cisalhamento máxima nela desenvolvida? Calcular também o salto da tensão de cisalhamento na junção aba-alma AB. Desenhar a variação de intensidade da tensão de cisalhamento em toda a seção transversal. Mostrar que I_{EN}=532,04 pol^4.

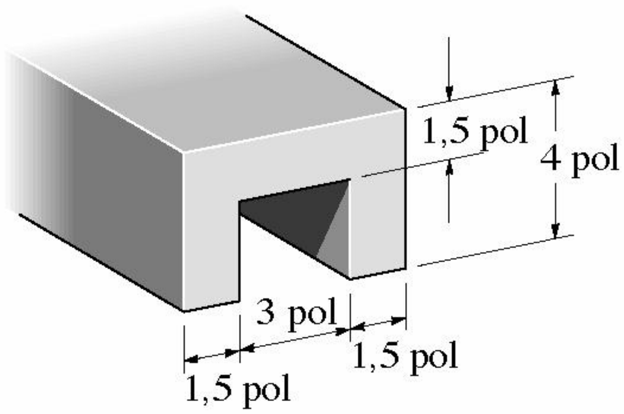


7.15 Determinar a tensão de cisalhamento máxima no eixo com seção transversal circular de raio r e sujeito à força cortante V. Expressar a resposta em termos da área A da seção transversal.



7.17 Determinar as maiores forças P nas extremidades que o elemento pode suportar, supondo que a tensão de cisalhamento admissível seja τ_{adm} = 10 ksi. Os apoios em A e B exercem apenas reações verticais sobre a viga.





7.21 Os apoios em A e B exercem reações verticais sobre a viga de madeira. Supondo que a tensão de cisalhamento admissível seja τ_{adm} = 400 psi, determinar a intensidade da maior carga distribuída w que pode ser aplicada sobre a viga.