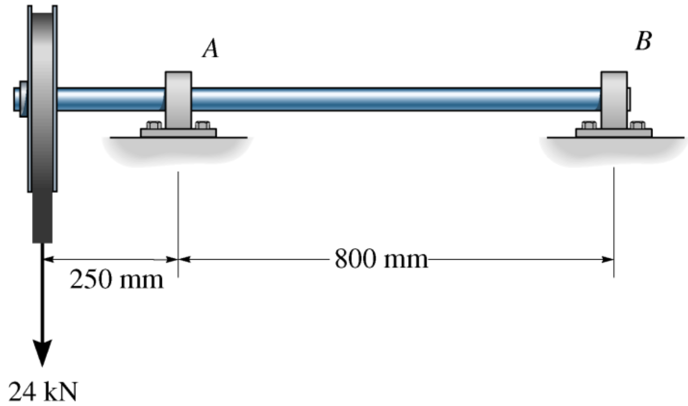
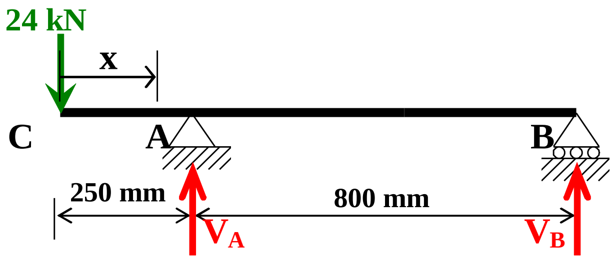
6.1 Desenhar os diagramas de força cortante e momento para o eixo. Os mancais em A e B exercem apenas reações verticais sobre o eixo.



Solução:



- Utilizando as equações de equilíbrio, calculam-se as reações de apoio.

$\sum F_x = 0$ Não será utilizada pois o enunciado afirma que os apoios exercem apenas reações verticais.

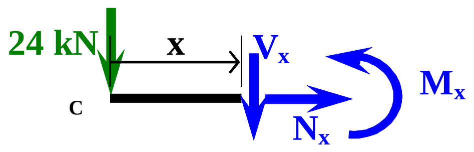
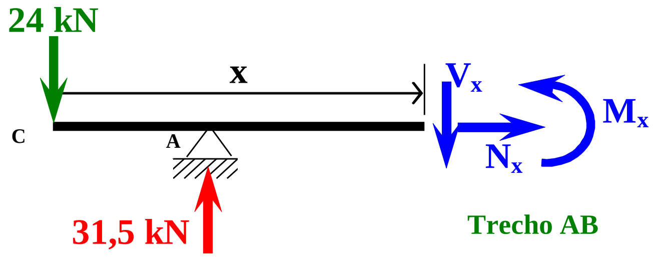
- Em seguida pode-se resolver a equação: $\sum M_z = 0$, assim, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 800 - 24 \times 1050 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 31{,}5\ \text{kN}$$

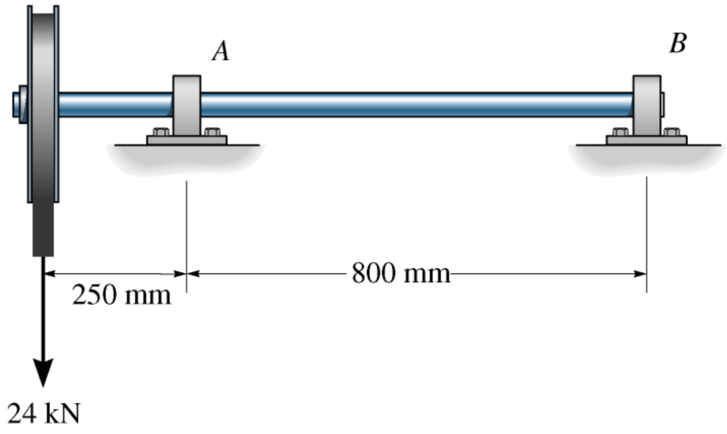
- usando a equação: $\sum F_y = 0$, temos:

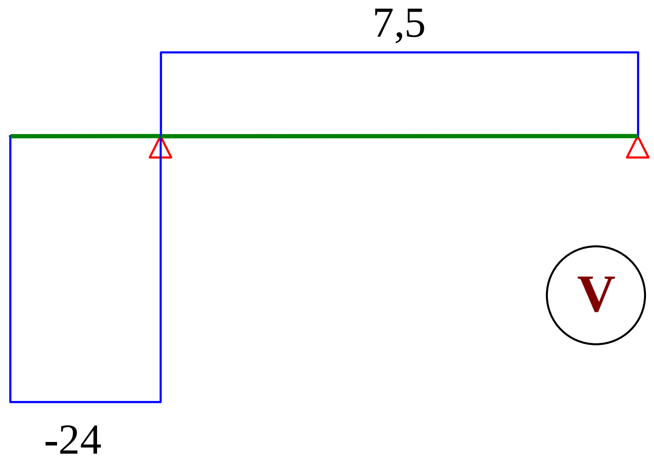
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = -7{,}5\ \text{kN}$$

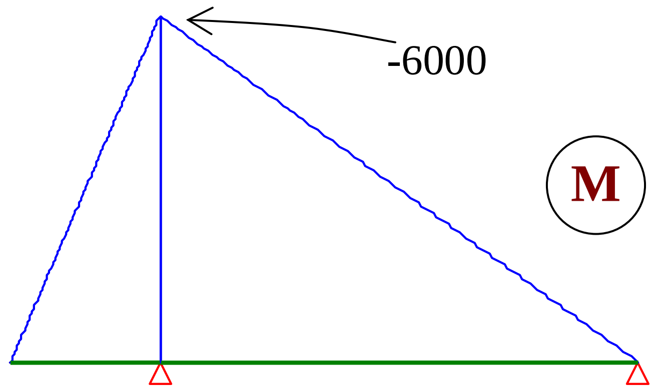
Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

 **Trecho CA**	$0 \le x \le 250$ mm $\sum F_y = 0 \Rightarrow -24 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -24$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 24x + M_x = 0$ $\therefore M_x = -24x$
 **Trecho AB**	$250 \le x \le 1050$ mm $\sum F_y = 0 \Rightarrow -24 - V_x + 31{,}5 = 0$ $\therefore V_x = 7{,}5$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 24x - 31{,}5(x - 250) + M_x = 0$ $\therefore M_x = 7{,}5x - 7875$

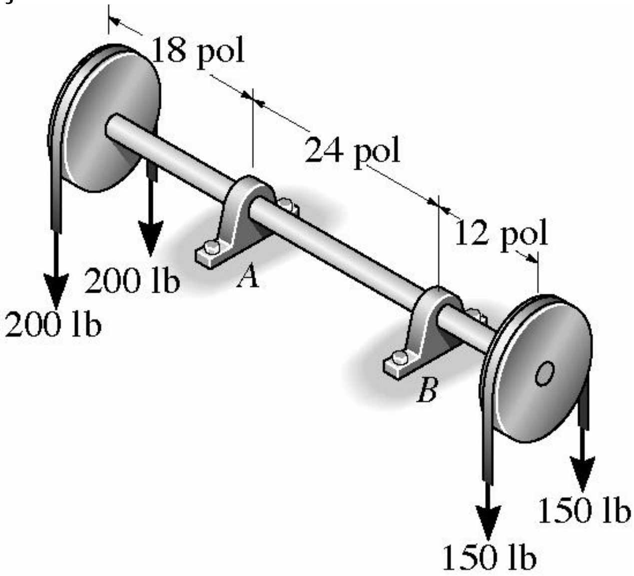
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas (abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.



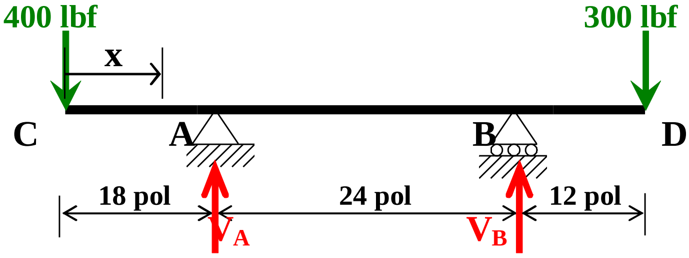




6.2 O eixo está submetido às cargas provocadas pelas correias que passam sobre as duas polias. Desenhar os diagramas de força cortante e momento. Os mancais em A e B exercem apenas reações verticais sobre o eixo.



Solução:



- Utilizando as equações de equilíbrio, calculam-se as reações de apoio.

$\sum F_x = 0$ Não será utilizada pois o enunciado afirma que os apoios exercem apenas reações verticais.

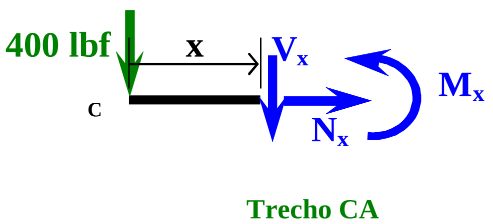
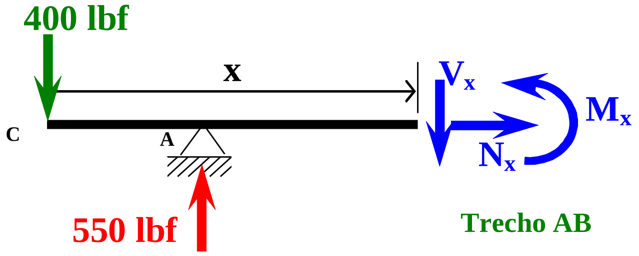
- Em seguida pode-se resolver a equação: $\sum M_z = 0$, assim, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

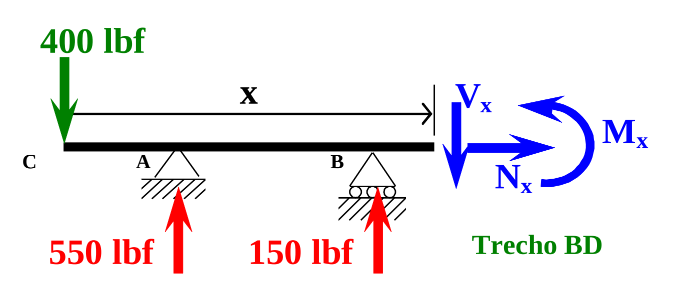
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 24 - 400 \times 42 + 300 \times 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 550 \text{ lbf}$$

- usando a equação: $\sum F_y = 0$, temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 400 - 300 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 150 \text{ lbf}$$

Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

	$0 \le x \le 18$ pol $\sum F_y = 0 \Rightarrow -400 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -400$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 400x + M_x = 0$ $\therefore M_x = -400x$
	$18 \le x \le 42$ pol $\sum F_y = 0 \Rightarrow -400 - V_x + 550 = 0$ $\therefore V_x = 150$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 400x - 550(x-18) + M_x = 0$ $\therefore M_x = 150x - 9900$



$$42 \le x \le 54 \text{ pol}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -400 - V_x + 550 + 150 = 0$$

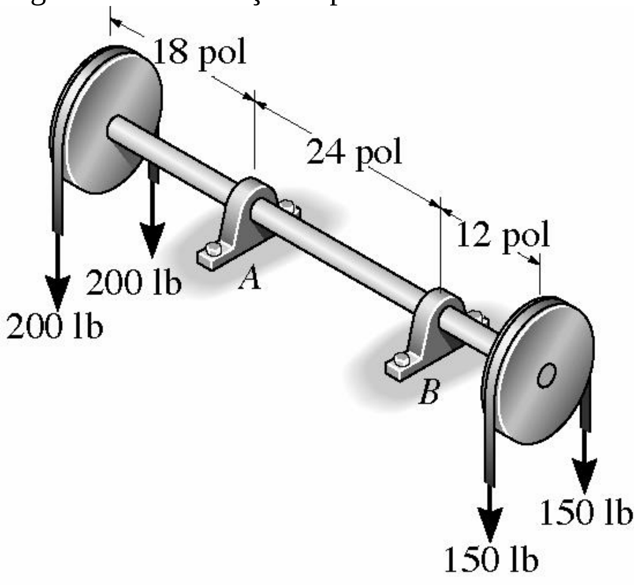
$$\therefore V_x = 300$$

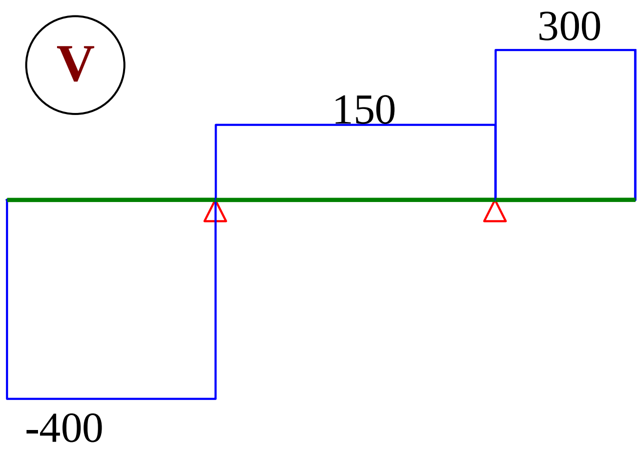
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow$$

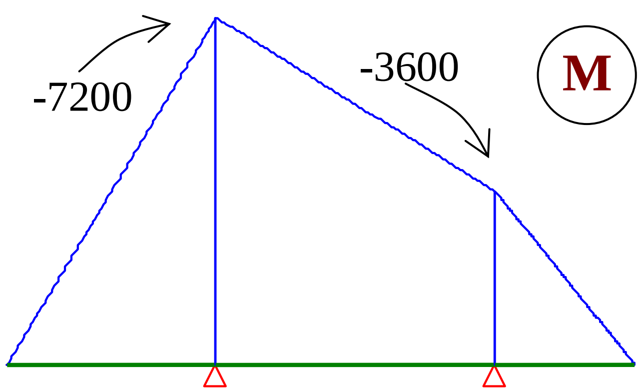
$$400x - 550(x-18) - 150(x-42) + M_x = 0$$

$$\therefore M_x = 300x - 16200$$

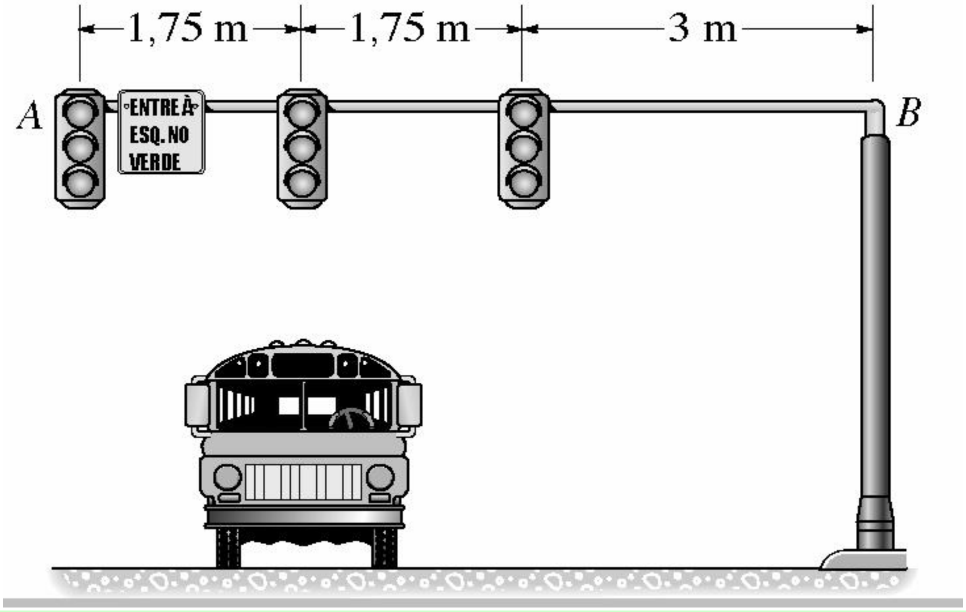
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas (abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.



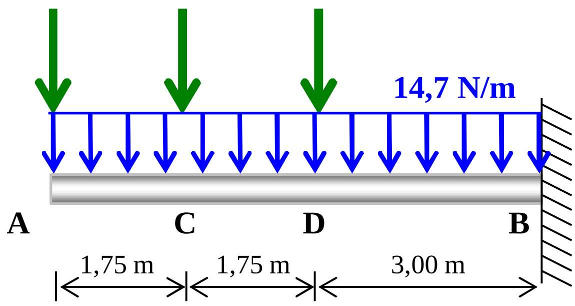




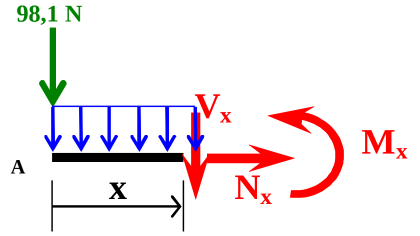
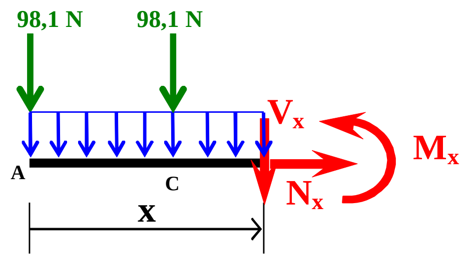
6.3 Os três semáforos têm, cada um, massa de 10 kg e o tubo em balanço AB tem massa de 1,5 kg/m. Desenhar os diagramas de força cortante e momento para o tubo. Desprezar a massa da placa.

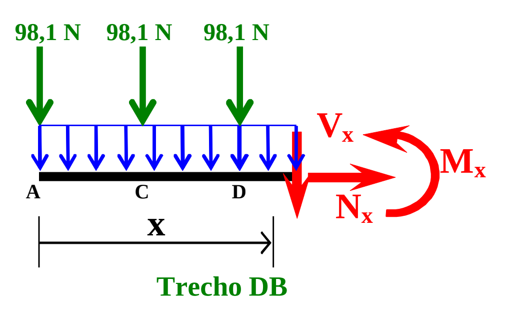


Solução:



Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

 Trecho AC	$0 \le x \le 1{,}75$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow -98{,}1 - 14{,}7x - V_x = 0$ $\therefore V_x = -14{,}7x - 98{,}1$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 98{,}1x + 14{,}7x\frac{x}{2} + M_x = 0$ $\therefore M_x = -7{,}35x^2 - 98{,}1x$
 Trecho CD	$1{,}75 \le x \le 3{,}5$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow -98{,}1 - 98{,}1 - 14{,}7x - V_x = 0$ $\therefore V_x = -14{,}7x - 196{,}2$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow$ $98{,}1x + 98{,}1(x - 1{,}75) + 14{,}7x\frac{x}{2} + M_x = 0$ $\therefore M_x = -7{,}35x^2 - 196{,}2x + 171{,}675$



$3{,}5 \le x \le 6{,}5 \text{ m}$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -98{,}1 - 98{,}1 - 98{,}1 - 14{,}7x - V_x = 0$$

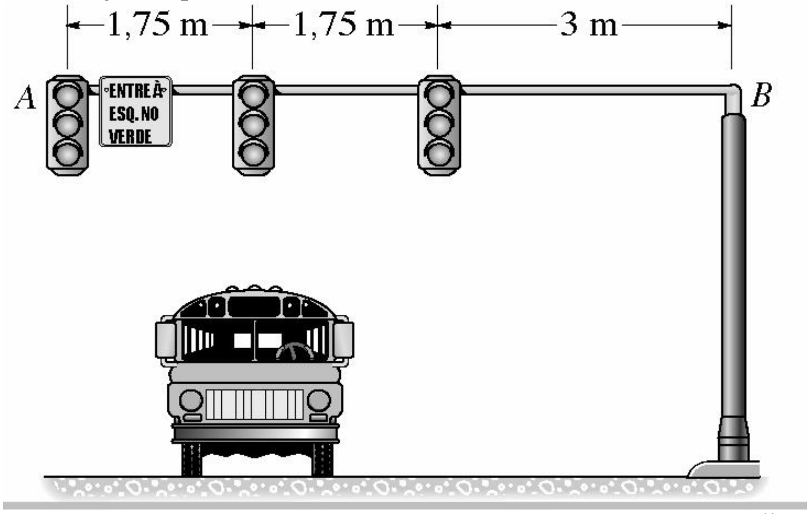
$$\therefore V_x = -14{,}7x - 294{,}3$$

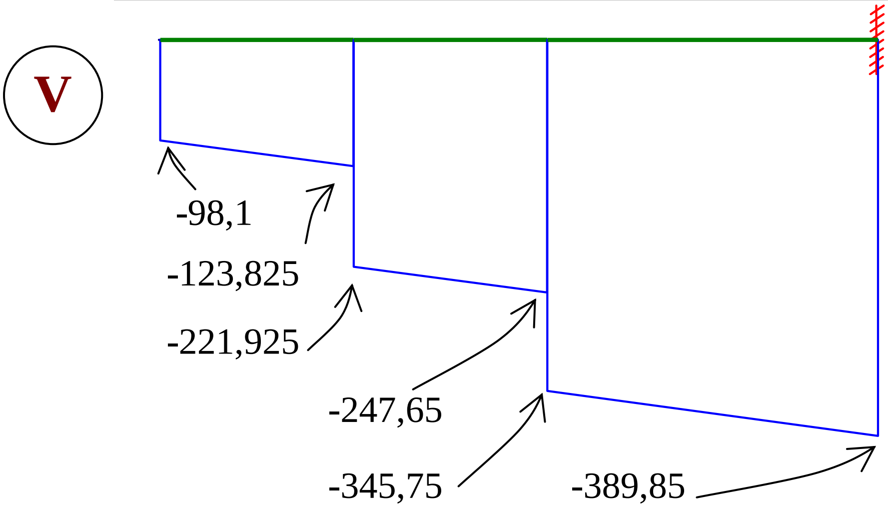
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow$$

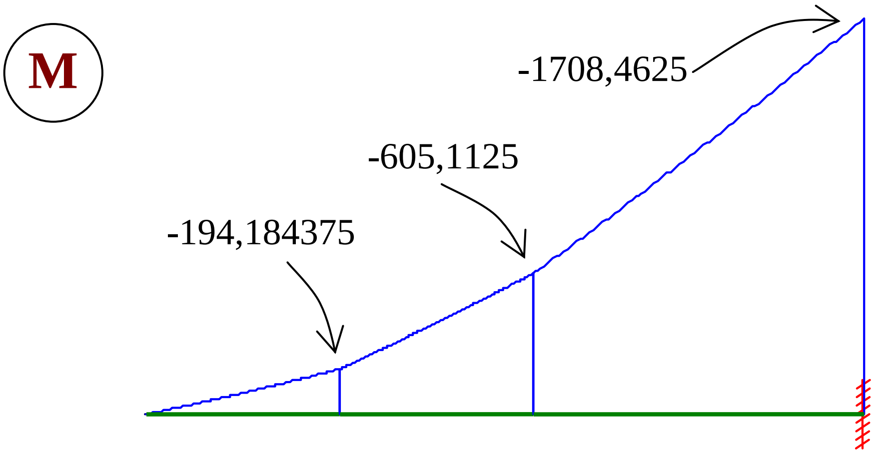
$$98{,}1x + 98{,}1(x - 1{,}75) + 98{,}1(x - 3{,}5) + 14{,}7x\frac{x}{2} + M_x = 0$$

$$\therefore M_x = -7{,}35x^2 - 294{,}3x + 515{,}025$$

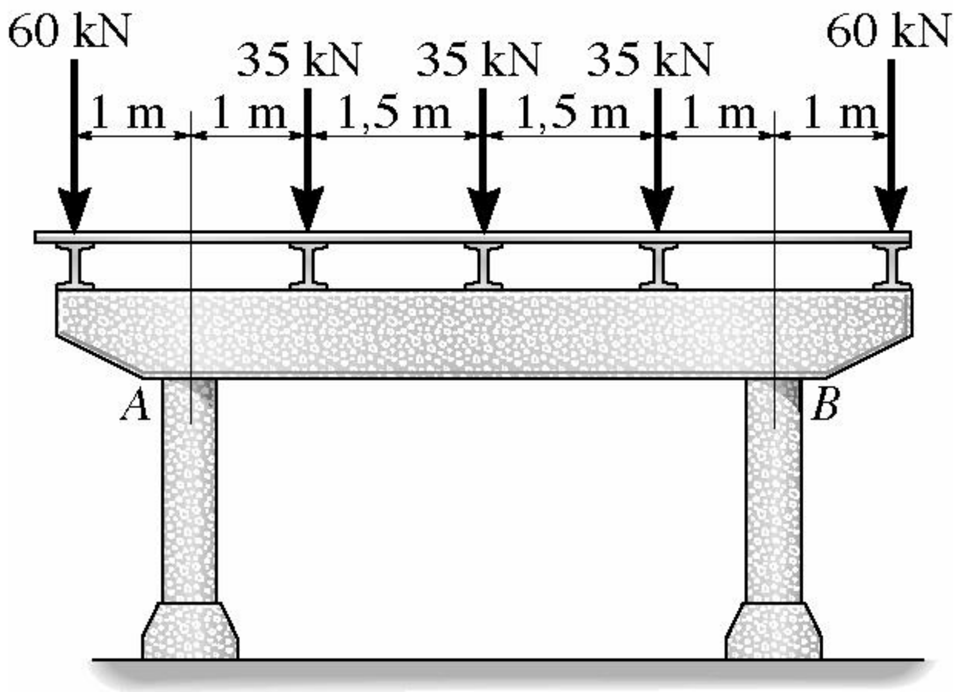
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas (abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.



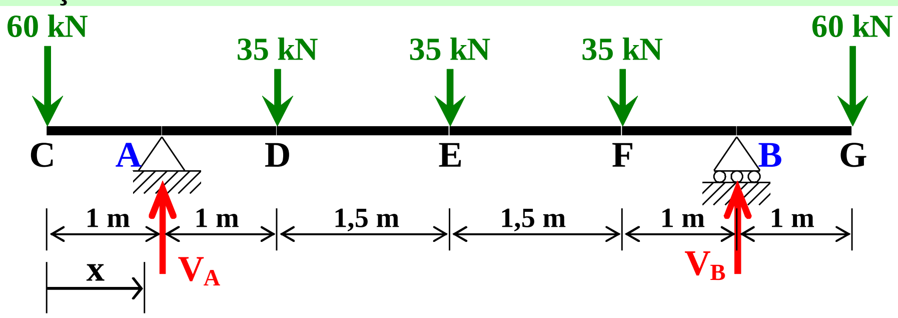




6.5 O encontro de concreto armado é usado para apoiar as longarinas da plataforma de uma ponte. Desenhar seus diagramas de força cortante e momento quando ele é submetido às cargas da longarina mostradas. Supor que as colunas A e B exercem apenas reações verticais sobre o encontro.



Solução:



- Utilizando as equações de equilíbrio, calculam-se as reações de apoio.

$\sum F_x = 0$ Não será utilizada pois o enunciado afirma que os apoios exercem apenas reações verticais.

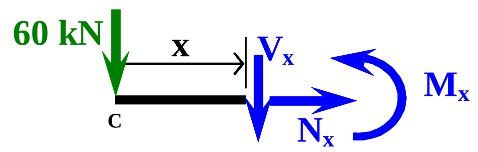
- Em seguida pode-se resolver a equação: $\sum M_z = 0$, assim, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

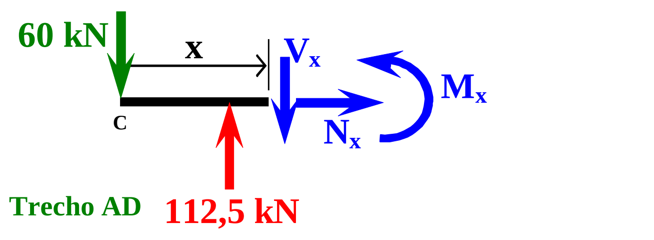
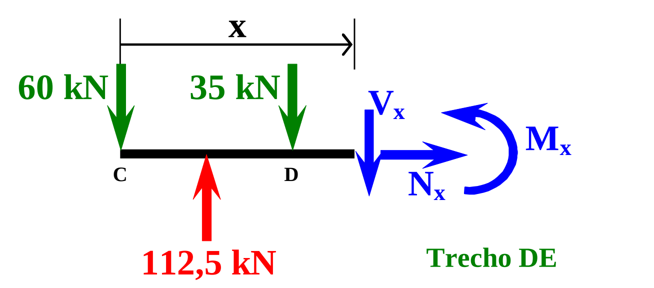
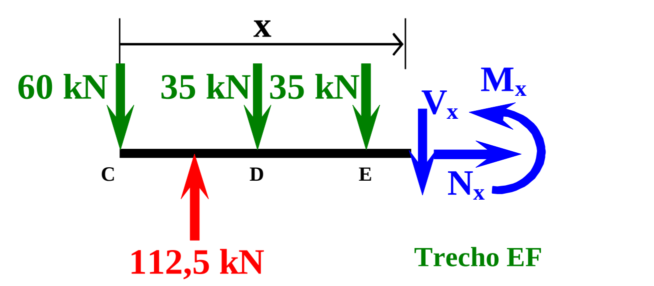
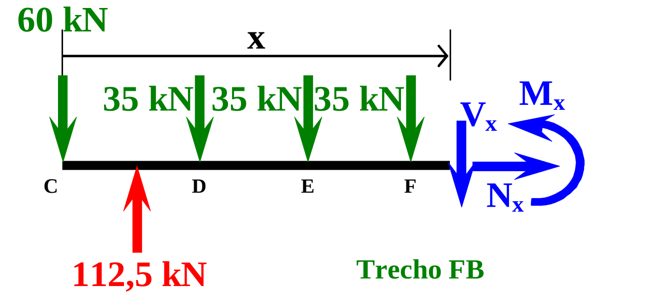
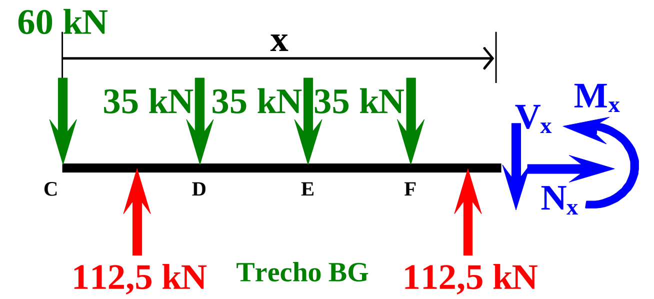
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 5 - 60 \times 6 - 35 \times 4 - 35 \times 2{,}5 - 35 \times 1 + 60 \times 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 112{,}5\ \text{kN}$$

- usando a equação: $\sum F_y = 0$, temos:

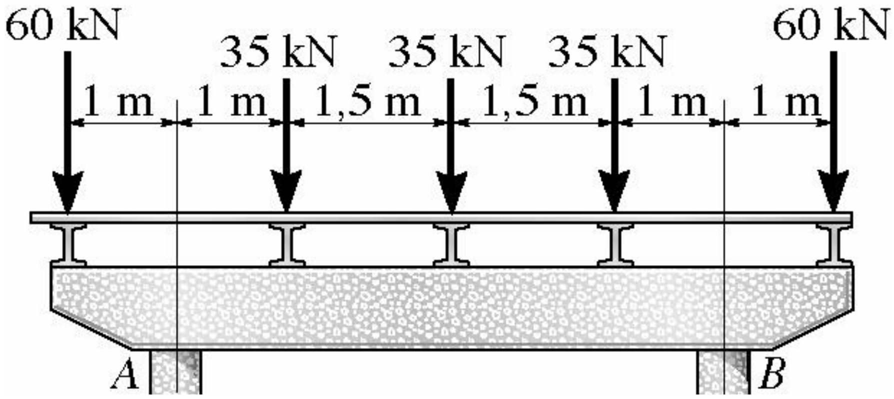
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 60 - 35 - 35 - 35 - 60 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 112{,}5\ \text{kN}$$

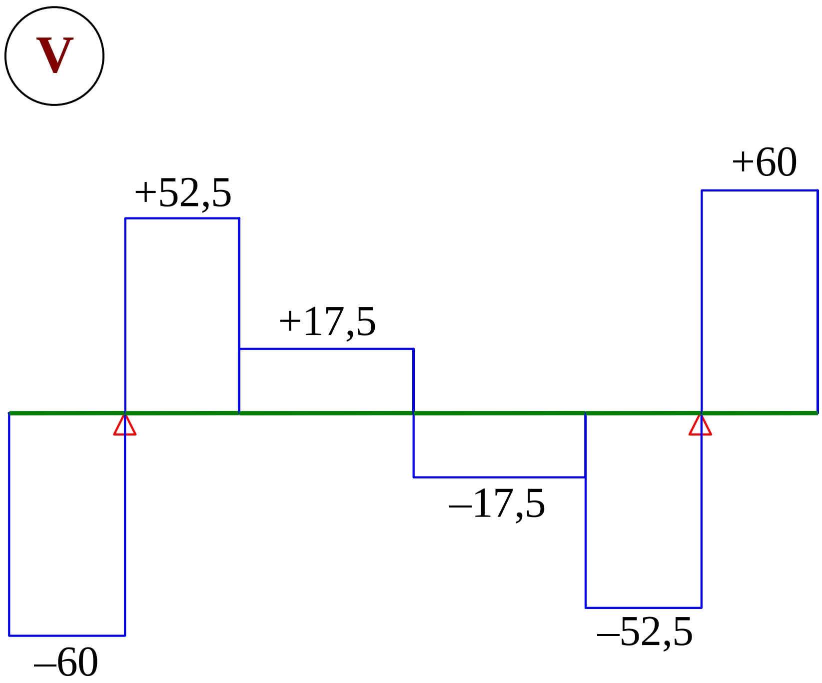
Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

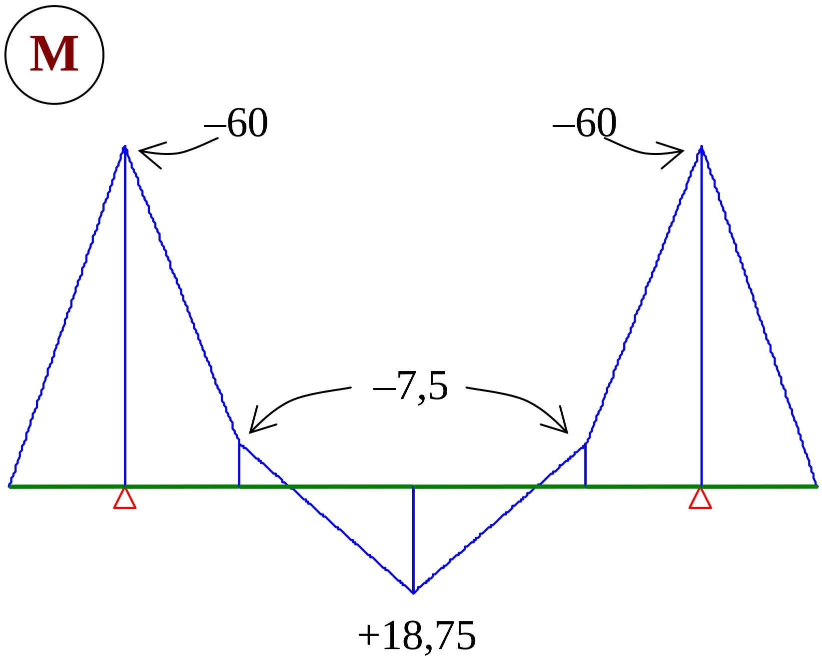
 **Trecho CA**	$0 \le x \le 1\ \text{m}$ $\sum F_y = 0 \Rightarrow -60 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -60$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow -60x - M_x = 0$ $\therefore M_x = -60x$

	$1 \le x \le 2$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow -60 + 112{,}5 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 52{,}5$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow -60x + 112{,}5(x-1) - M_x = 0$ $\therefore M_x = 52{,}5x - 112{,}5$
	$2 \le x \le 3{,}5$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow -60 + 112{,}5 - 35 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 17{,}5$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow$ $-60x + 112{,}5(x-1) - 35(x-2) - M_x = 0$ $\therefore M_x = 17{,}5x - 42{,}5$
	$3{,}5 \le x \le 5$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ $-60 + 112{,}5 - 35 - 35 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -17{,}5$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_x = 17{,}5x - 42{,}5 - 35(x - 3{,}5)$ $\therefore M_x = -17{,}5x + 80$
	$5 \le x \le 6$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ $-60 + 112{,}5 - 35 - 35 - 35 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -52{,}5$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_x = -17{,}5x + 80 - 35(x-5)$ $\therefore M_x = -52{,}5x + 255$
	$6 \le x \le 7$ m $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ $-60 + 112{,}5 - 35 - 35 - 35 + 112{,}5 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 60$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_x = -52{,}5x + 255 + 112{,}5(x-6)$ $\therefore M_x = 60x - 420$

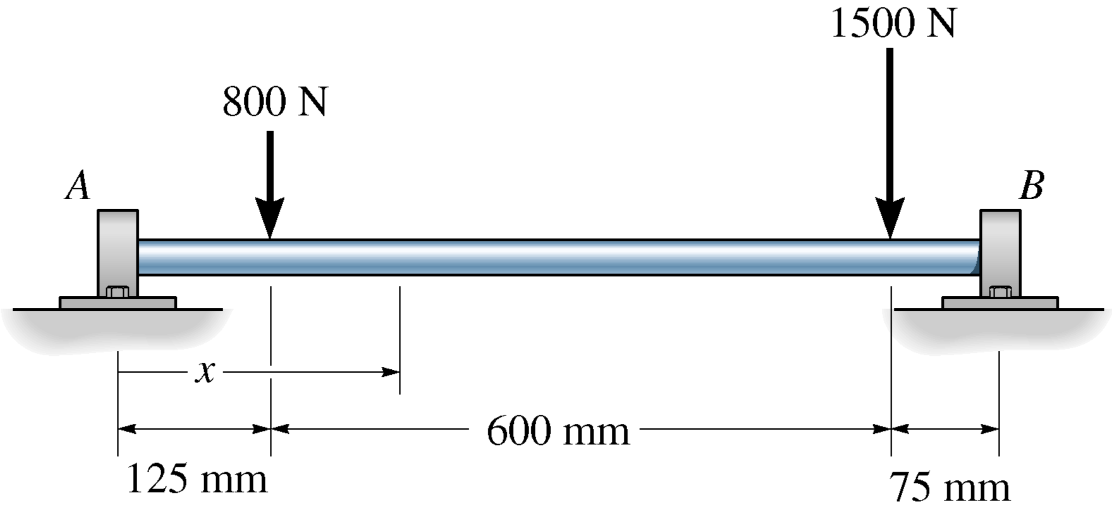
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas de forças cortantes em kN e diagrama de momentos em kN.m (logo abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.



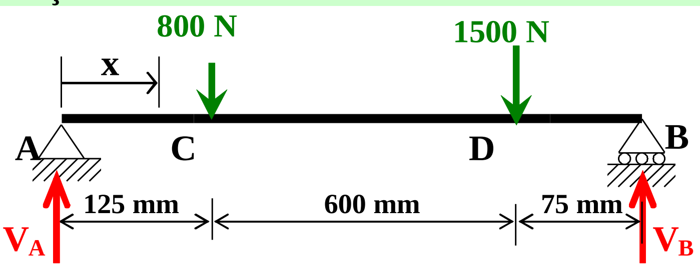




6.6. Desenhar os diagramas de força cortante e momento para o eixo. Os mancais em A e B exercem apenas reações verticais sobre ele. Expressar também a força cortante e o momento em função de x na região 125 mm < x < 725 mm.



Solução:



- Utilizando as equações de equilíbrio, calculam-se as reações de apoio.

$\sum F_x = 0$ Não será utilizada pois o enunciado afirma que os apoios exercem apenas reações verticais.

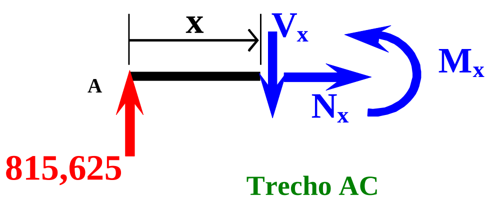
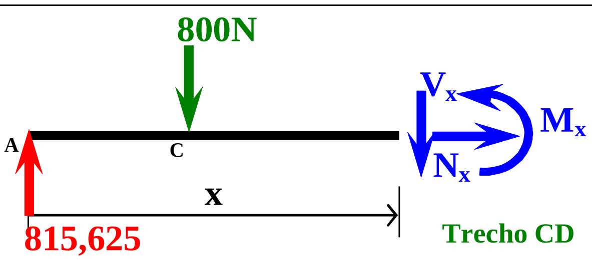
- Em seguida pode-se resolver a equação: $\sum M_z = 0$, assim, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

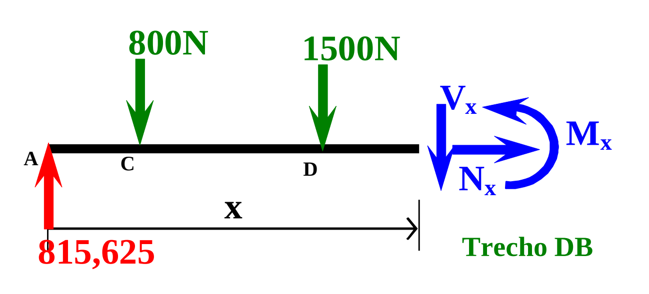
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 800 - 800 \times 675 - 1500 \times 75 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 815{,}625 \text{ N}$$

- usando a equação: $\sum F_y = 0$, temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 800 - 1500 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 1484{,}375 \text{ N}$$

Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

	$0 \le x \le 125$ mm $\sum F_y = 0 \Rightarrow 815{,}625 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 815{,}625$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 815{,}625x - M_x = 0$ $\therefore M_x = 815{,}625x$
	$125 \le x \le 725$ mm $\sum F_y = 0 \Rightarrow 815{,}625 - 800 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 15{,}625$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 815{,}625x - 800(x - 125) = M_x$ $\therefore M_x = 15{,}625x + 100000$



$$725 \le x \le 800 \text{ mm}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 815{,}625 - 800 - 1500 - V_x = 0$$

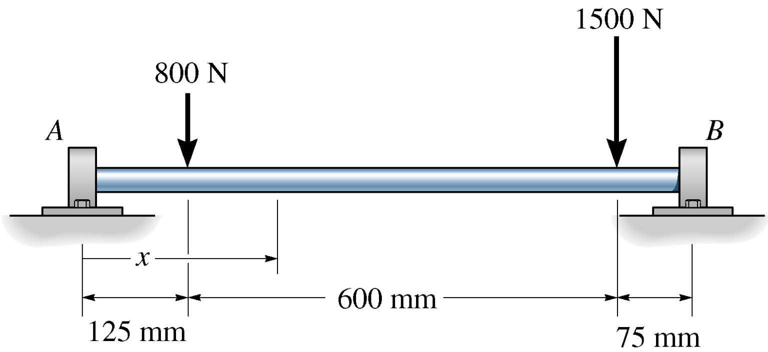
$$\therefore V_x = -1484{,}375$$

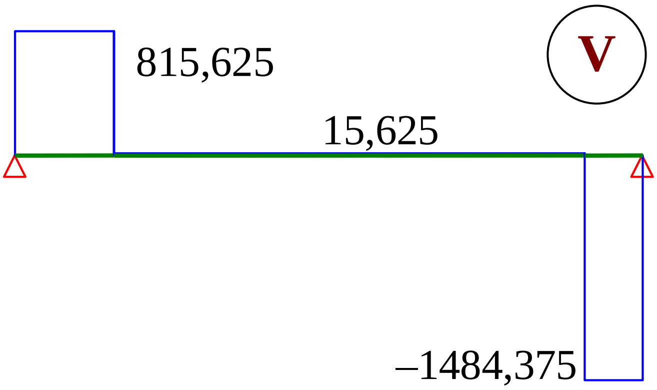
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow$$

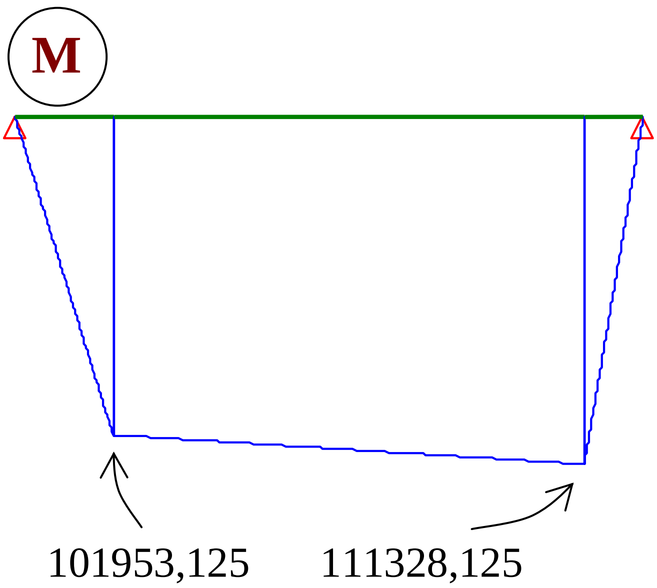
$$815{,}625x - 800(x-125) - 1500(x-725) = M_x$$

$$\therefore M_x = -1484{,}375x + 1187500$$

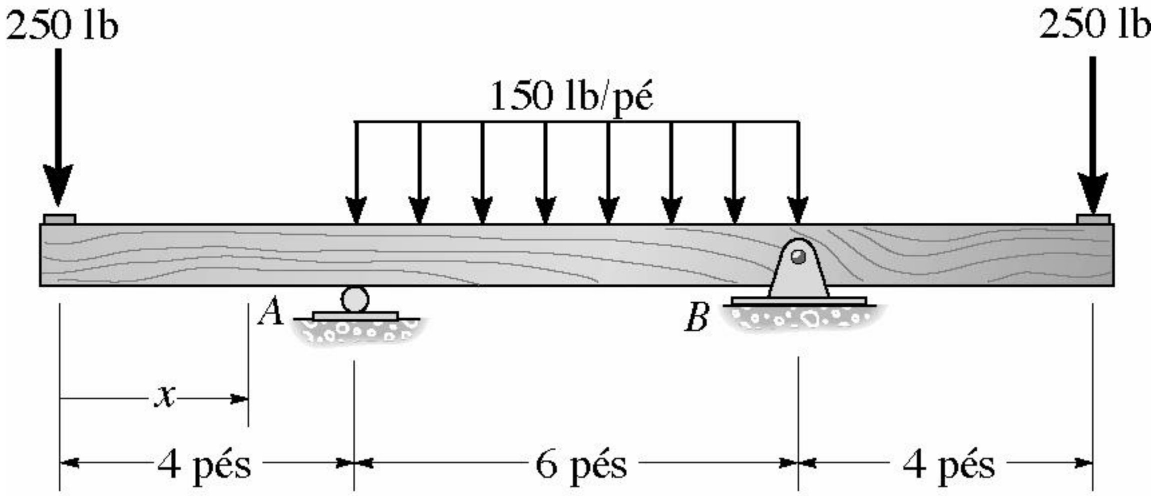
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas de forças cortantes em N e diagrama de momentos em N.mm (abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.



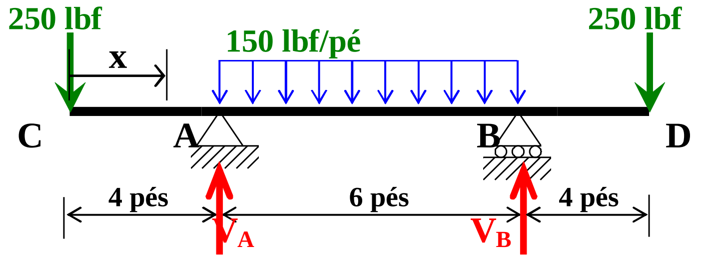




6.32. Desenhar os diagramas de força cortante e momento da viga de madeira e determinar a força cortante e o momento em toda a viga em função de x.



Solução:



- Utilizando as equações de equilíbrio, calculam-se as reações de apoio.

$\sum F_x = 0$ Não será utilizada pois o enunciado afirma que os apoios exercem apenas reações verticais.

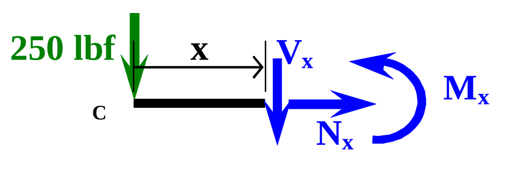
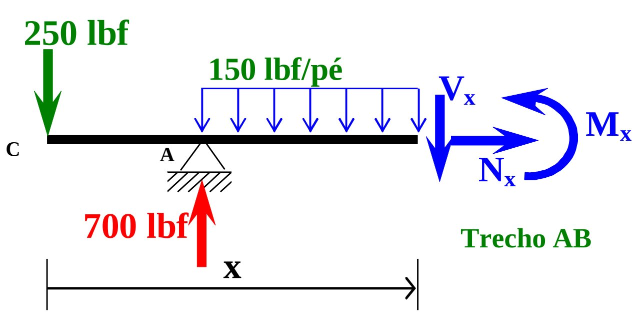
- Em seguida pode-se resolver a equação: $\sum M_z = 0$, assim, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

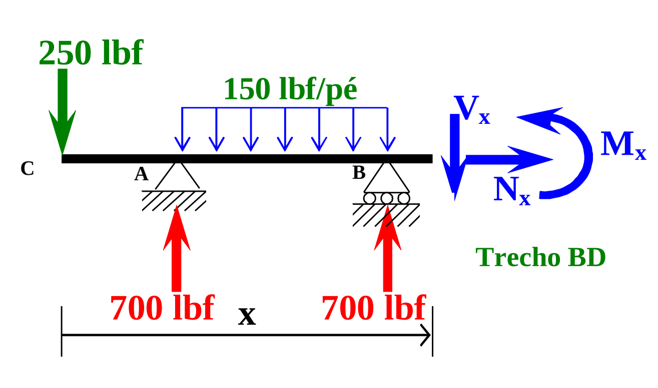
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 6 - 250 \times 10 - (150 \times 6) \times 3 + 250 \times 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 700 \text{ lbf}$$

- usando a equação: $\sum F_y = 0$, temos:

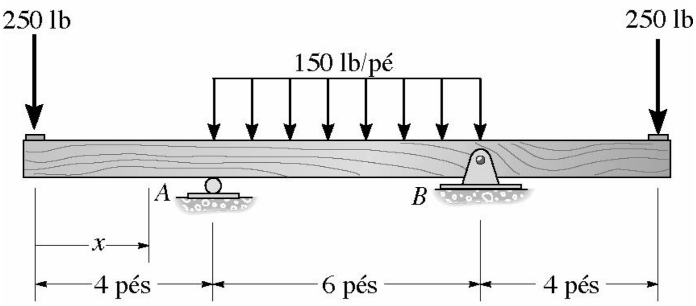
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 250 - 250 - 150 \times 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 700 \text{ lbf}$$

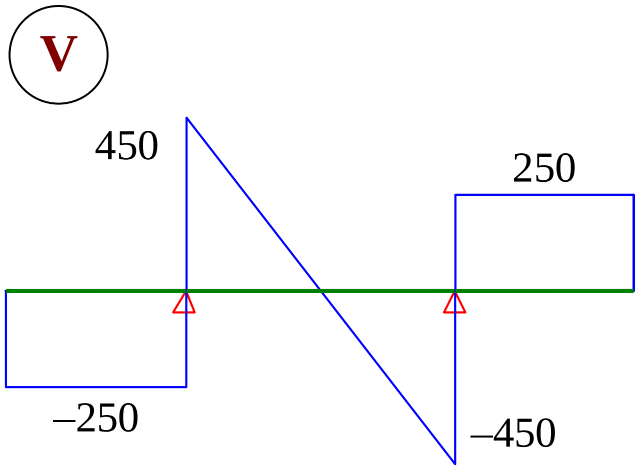
Equações de esforços para cada um dos trechos. (Os esforços normais são iguais a zero ,N_x=0)

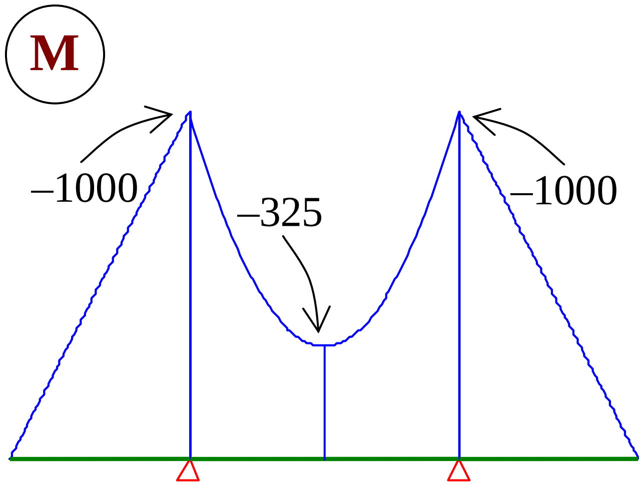
 Trecho CA	$0 \le x \le 4$ pés $\sum F_y = 0 \Rightarrow -250 - V_x = 0$ $\therefore V_x = -250$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow 250x + M_x = 0$ $\therefore M_x = -250x$
 Trecho AB	$4 \le x \le 10$ pés $\sum F_y = 0 \Rightarrow -250 - 150(x-4) + 700 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 1050 - 150x$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow$ $250x - 700(x-4) + 150\frac{(x-4)^2}{2} + M_x = 0$ $\therefore M_x = -4000 + 1050x - 75x^2$

 	$10 \le x \le 14$ pés $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ $-250 - 150 \times 6 + 700 + 700 - V_x = 0$ $\therefore V_x = 250$ $\sum M_z = 0 \Rightarrow$ $250x - 700(x-4) + 150 \times 6(x-7) +$ $-700(x-10) + M_x = 0$ $\therefore M_x = 250x - 3500$

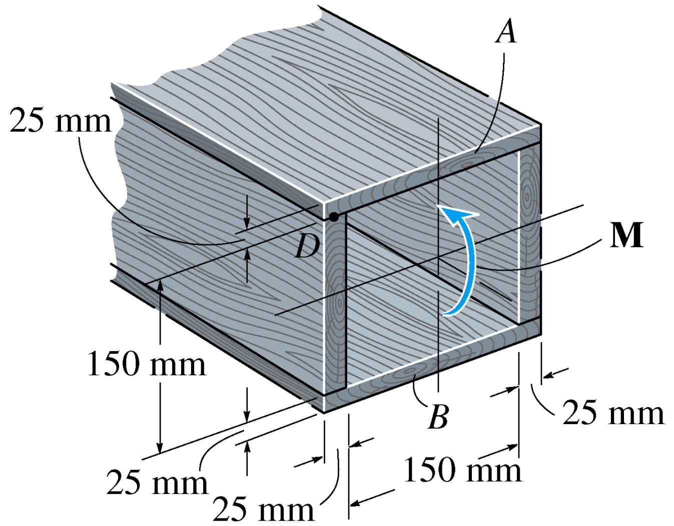
Resposta: Com as equações (acima) podemos traçar os diagramas de forças cortantes em lbf e diagrama de momentos em lbf.pé (abaixo). Note que os momentos negativos foram traçados para cima.







6.39. Determinar o momento M que deve ser aplicado à viga a fim de criar um esforço de compressão de σ_D=30 MPa no ponto D. Desenhar também a distribuição de tensão que atua sobre a seção transversal e calcular a tensão máxima desenvolvida na viga.



Solução:

Momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra (medidas em cm).

- ou usando 4 retângulos (somados):

$$I_x = \left[\frac{20 \times 2{,}5^3}{12} + (20 \times 2{,}5) \times 8{,}75^2\right] \times 2 + \left(\frac{2{,}5 \times 15^3}{12}\right) \times 2 = 9114{,}58333 \text{ cm}^4$$

- ou usando 2 retângulos (maior subtraindo o menor):

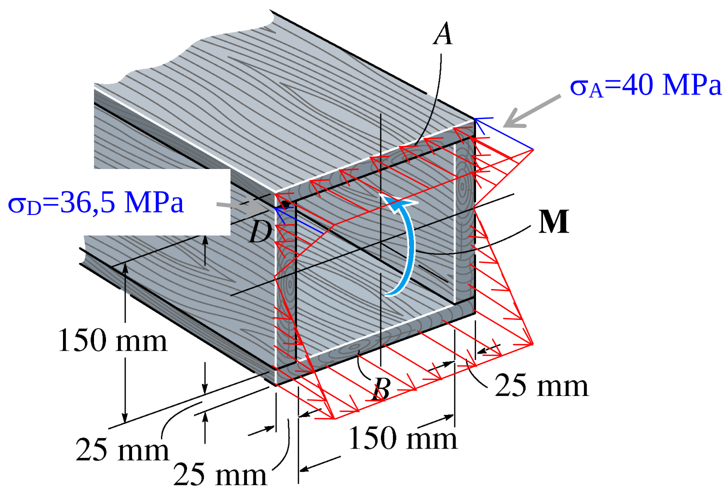
$$I_x = \frac{20 \times 20^3}{12} - \frac{15 \times 15^3}{12} = 9114{,}58333 \text{ cm}^4$$

A tensão de flexão no ponto D:

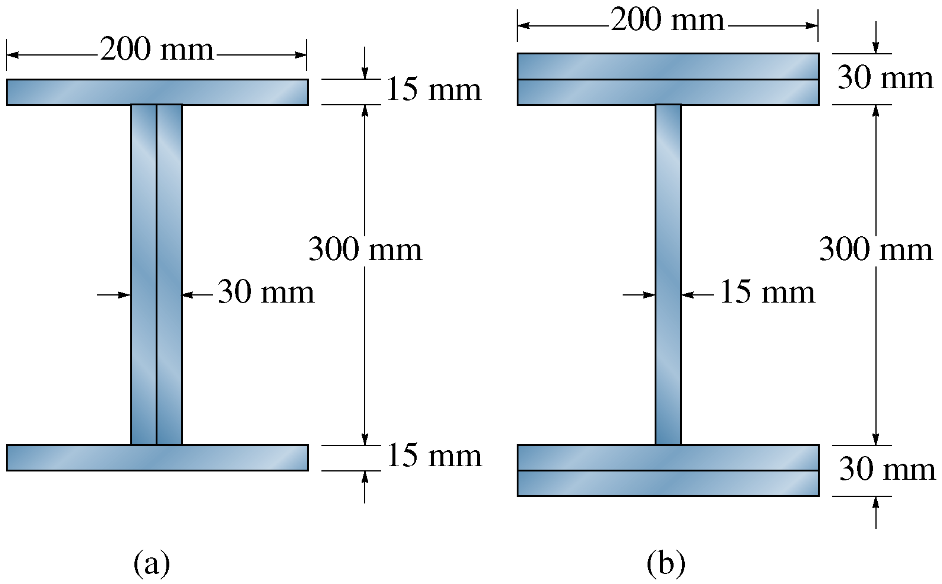
$$\sigma_x = \frac{M}{I_x} y \Leftrightarrow M = \frac{\sigma_x I_x}{y} = \frac{3 \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 9114{,}58333 \text{ cm}^4}{7{,}5 \text{ cm}} = 3645{,}8 \text{ kN.cm} \therefore \mathbf{M = 36{,}5 \text{ kN.m}}$$

A tensão máxima de flexão desenvolvida na viga:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I_x} y = \frac{3645{,}8 \text{ kN.cm}}{9114{,}58333 \text{ cm}^4} \times 10 \text{ cm} = 4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \boldsymbol{\sigma_{max} = 40 \text{ MPa}}$$



6.42 Foram propostas duas soluções para o projeto de uma viga. Determinar qual delas suportará um momento M = 150 kN.m com a menor tensão normal de flexão. Qual é essa menor tensão? Com que porcentagem ele é mais eficiente?



Solução:

M = 150 kN.m = 150×10^6 N.mm

O momento de Inércia:

Seção (a)

$$I_a = \left[\frac{200\times15^3}{12}+(200\times15)\times157{,}5^2\right]\times2+\left[\frac{30\times300^3}{12}+(30\times300)\times0^2\right]$$

$$\therefore I_a = 216450000\ \text{mm}^4$$

$$\sigma_a = \frac{M_{max}}{I_a}c_a = \frac{150\times10^6}{216450000}\times165$$

$$\therefore \sigma_a = 114\ \text{MPa}$$

Seção (b)

$$I_b = \left[\frac{200\times30^3}{12}+(200\times30)\times165^2\right]\times2+\left[\frac{15\times300^3}{12}+(15\times300)\times0^2\right]$$

$$\therefore I_b = 361350000\ \text{mm}^4$$

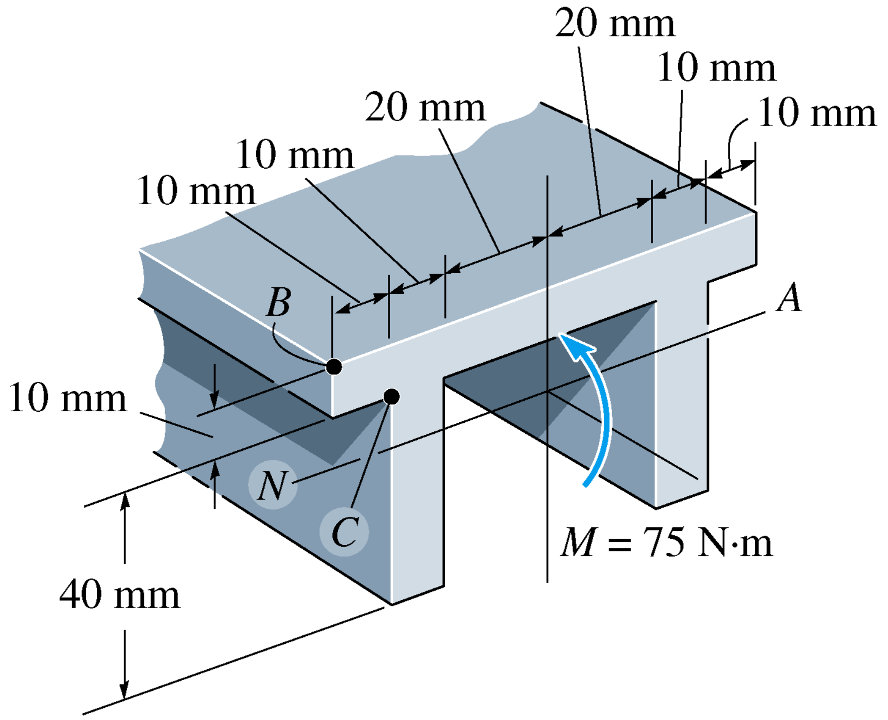
$$\sigma_b = \frac{M_{max}}{I_b}c_b = \frac{150\times10^6}{361350000}\times180$$

$$\therefore \sigma_b = 74{,}7\ \text{MPa}$$

$$\text{Eficiência} = \frac{114-74{,}7}{74{,}7}\times100 = 53\%$$

Resposta: A menor tensão normal é do perfil b e é de **74,7 MPa** com eficiência de **53%.**

6.47 A peça de máquina de alumínio está sujeita a um momento M = 75 N.m. Determinar a tensão normal de flexão nos pontos B e C da seção transversal. Desenhar os resultados em um elemento de volume localizado em cada um desses pontos.



Solução:

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(10\times 40)\times 20 + (10\times 40)\times 20 + (80\times 10)\times 45}{(10\times 40) + (10\times 40) + (80\times 10)} \Rightarrow \bar{y} = 32{,}5\ \text{mm}$$

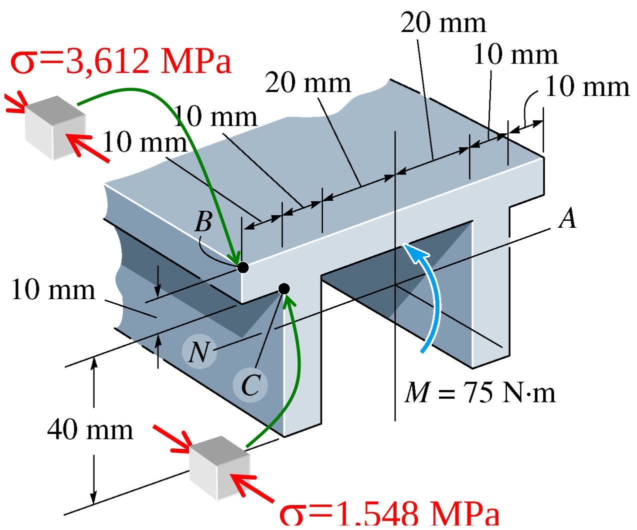
$$I_x = \left[\frac{10\times 40^3}{12} + (10\times 40)\times 12{,}5^2\right]\times 2 + \left[\frac{80\times 10^3}{12} + (80\times 10)\times 12{,}5^2\right]$$

$$\therefore I_x = \frac{1090000}{3}\ \text{mm}^4$$

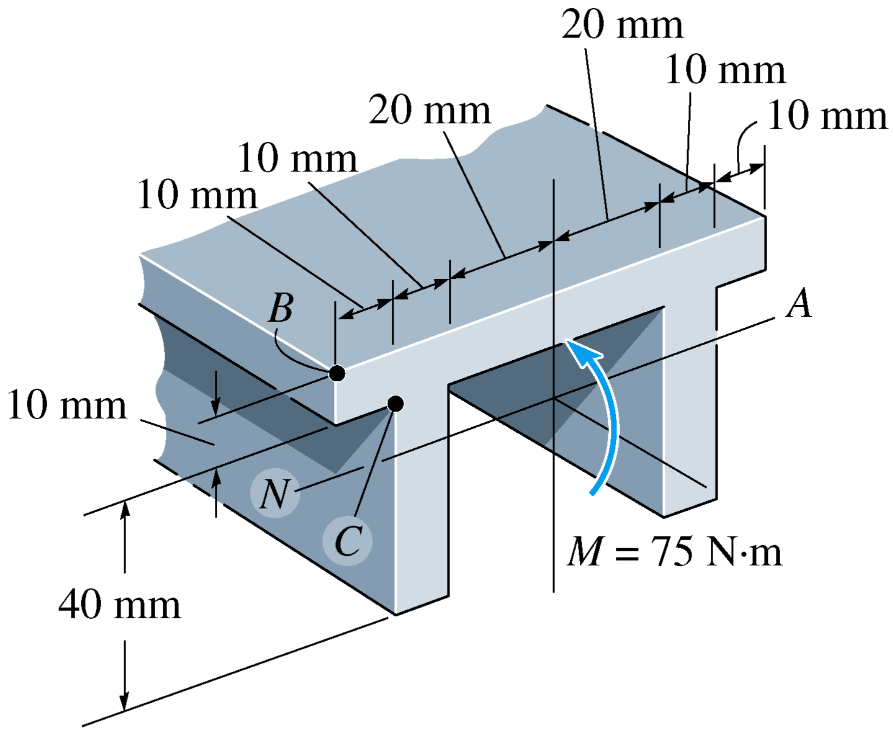
$$\sigma_B = \frac{M_{max}}{I_x} y_B = \frac{75000}{\frac{1090000}{3}}\times 17{,}5 = 3{,}612\ \text{MPa}$$

$$\sigma_C = \frac{M_{max}}{I_x} y_C = \frac{75000}{\frac{1090000}{3}}\times 7{,}5 = 1{,}548\ \text{MPa}$$

Resposta: As tensões normais de flexão nos pontos B e C da seção transversal são, respectivamente, **3,612 MPa** e **1,548 MPa**.



6.48 A peça de máquina de alumínio está sujeita a um momento M = 75 N.m. Determinar as tensões normais de flexão máximas de tração e de compressão na peça.



Solução:

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(10\times 40)\times 20 + (10\times 40)\times 20 + (80\times 10)\times 45}{(10\times 40)+(10\times 40)+(80\times 10)} \Rightarrow \bar{y} = 32{,}5 \text{ mm}$$

$$I_x = \left[\frac{10\times 40^3}{12} + (10\times 40)\times 12{,}5^2\right]\times 2 + \left[\frac{80\times 10^3}{12} + (80\times 10)\times 12{,}5^2\right]$$

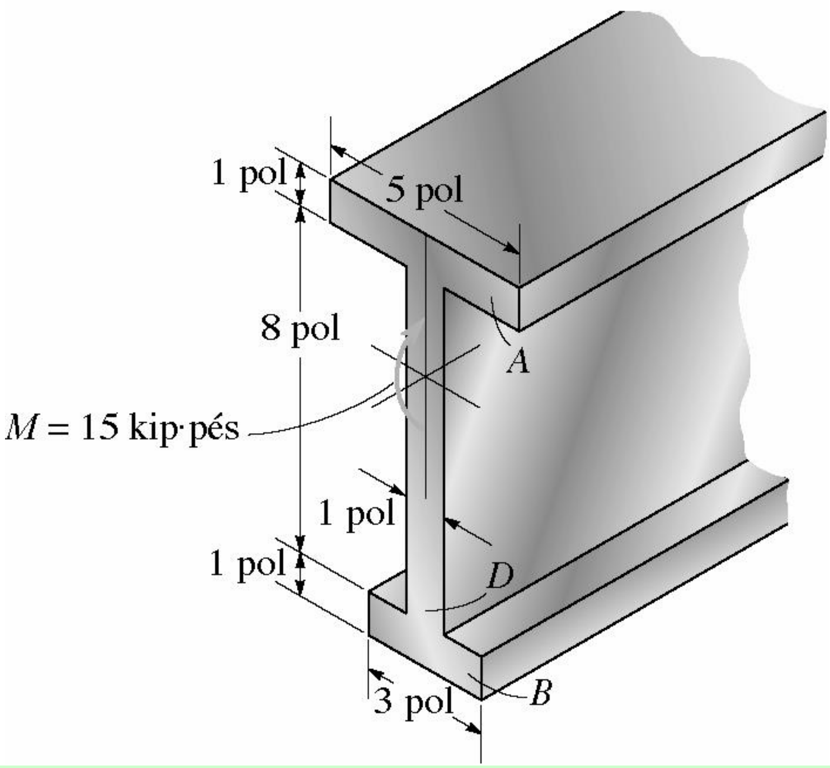
$$\therefore I_x = \frac{1090000}{3} \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{max}^{-} = \frac{M_{max}}{I_x} y_B = -\frac{75000}{\frac{1090000}{3}}\times 17{,}5 = -3{,}612 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max}^{+} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{base} = \frac{75000}{\frac{1090000}{3}}\times 32{,}5 = +6{,}709 \text{ MPa}$$

Resposta: As tensões normais de flexão máximas são: **3,612 MPa** de compressão e **6,709 MPa** de tração.

6.55 A viga está sujeita a um momento de 15 kip.pés. Determinar a força resultante que a tensão produz nos flanges superior A e inferior B. Calcular também a tensão máxima desenvolvida na viga.



Solução:

M = 15 kip.pés = 15×1000 lbf × 12 pol = 180000 lbf.pol

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(5\times 1)\times 9{,}5 + (1\times 8)\times 5 + (3\times 1)\times 0{,}5}{(5\times 1) + (1\times 8) + (3\times 1)} \Rightarrow \bar{y} = 5{,}5625 \text{ pol}$$

Momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra:

$$I_x = \frac{5\times 1^3}{12} + (5\times 1)\times(5{,}5625 - 9{,}5)^2 + \frac{1\times 8^3}{12} + (1\times 8)\times(5{,}5625 - 5)^2 + \frac{3\times 1^3}{12} + (3\times 1)\times(5{,}5625 - 0{,}5)^2$$

$$\therefore I_x = 200{,}2708333 \text{ pol}^4$$

As tensões na parte superior e inferior do **flange superior** são:

$$\sigma_{sup} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{sup} = \frac{180000}{200{,}2708333} \times (10 - 5{,}5625) = 3988 \text{ psi}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{inf} = \frac{180000}{200{,}2708333} \times (9 - 5{,}5625) = 3090 \text{ psi}$$

$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{sup} + \sigma_{inf}\right)$$

$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(3988 + 3090\right) = 3539 \text{ psi}$$

$$F_{mesa} = A_{mesa} \times \sigma_{méd}$$

$$F_{mesa} = (5\times 1)\times 3539 = 17695 \text{ lbf}$$

As tensões na parte superior e inferior do **flange inferior** são:

$$\sigma_{sup} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{sup} = \frac{180000}{200,2708333} \times (5,5625 - 1) = 4100,7 \text{ psi}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{inf} = \frac{180000}{200,2708333} \times 5,5625 = 4999,5 \text{ psi} = \sigma_{max}$$

$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{sup} + \sigma_{inf}\right)$$

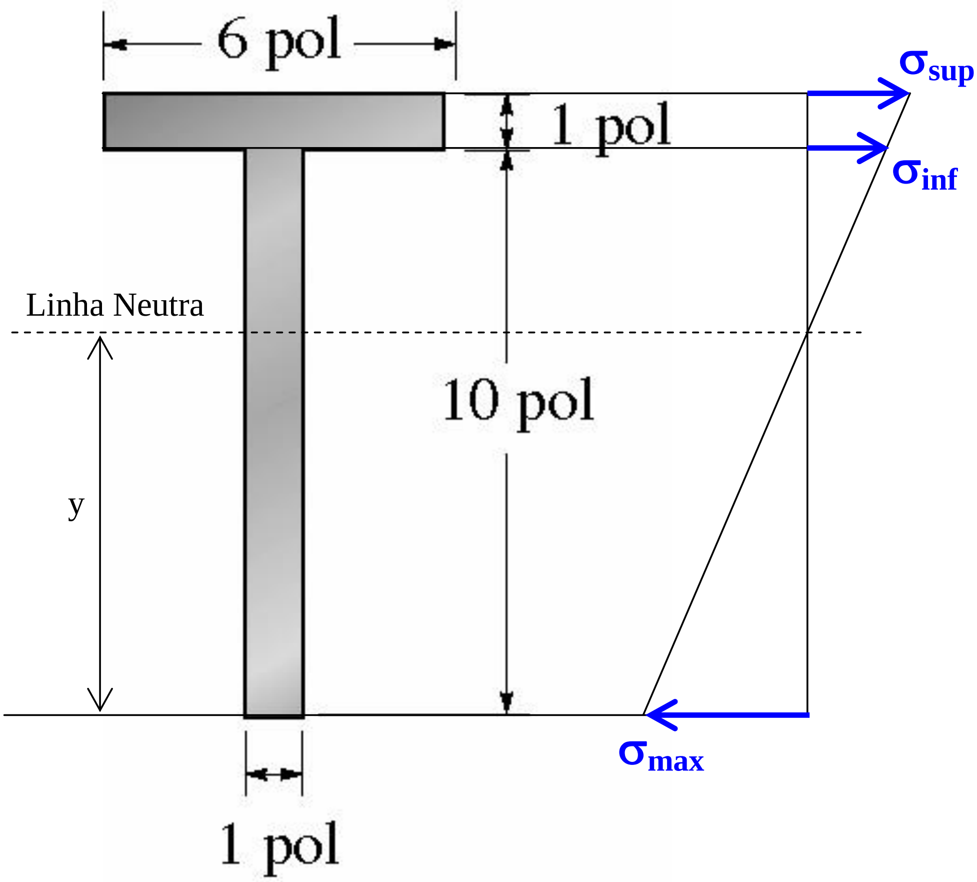
$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(4100,7 + 4999,5\right) = 4550,1 \text{ psi}$$

$$F_{mesa} = A_{mesa} \times \sigma_{méd}$$

$$F_{mesa} = (3 \times 1) \times 4550,1 = 13650,3 \text{ lbf}$$

Resposta: A força resultante que as tensões produzem no **flange superior** é de 17,7 kip de compressão. A força resultante que as tensões produzem no **flange inferior** é de 13,7 kip de tração. A tensão máxima na seção é de 5 ksi de compressão na parte inferior do **flange inferior** (tração).

6.68 A seção transversal de uma viga está sujeita a um momento de 12 kip . pés. Determinar a força resultante que a tensão produz na mesa (6 pol × 1 pol). Calcular também a tensão máxima desenvolvida nesta seção transversal da viga.



Solução:

M = 12 kip.pé = 12×1000 lbf × 12 pol = 144000 lbf.pol

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(1\times10)\times5+(6\times1)\times10{,}5}{(1\times10)+(6\times1)} \Rightarrow \bar{y} = 7{,}0625 \text{ pol}$$

Momento de inércia da seção transversal em relação a linha neutra:

$$I_x = \frac{1\times10^3}{12} + (1\times10)\times(7{,}0625-5)^2 + \frac{6\times1^3}{12} + (6\times1)\times(10{,}5-7{,}0625)^2 \quad \therefore I_x = 197{,}271 \text{ pol}^4$$

As tensões na parte superior e inferior da mesa são:

$$\sigma_{sup} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{sup} = \frac{144000}{197{,}271}\times3{,}9375 = 2874 \text{ psi}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{inf} = \frac{144000}{197{,}271}\times2{,}9375 = 2144 \text{ psi}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I_x} \bar{y} = \frac{144000}{197{,}271}\times7{,}0625 = 5155 \text{ psi}$$

$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{sup}+\sigma_{inf}\right)$$

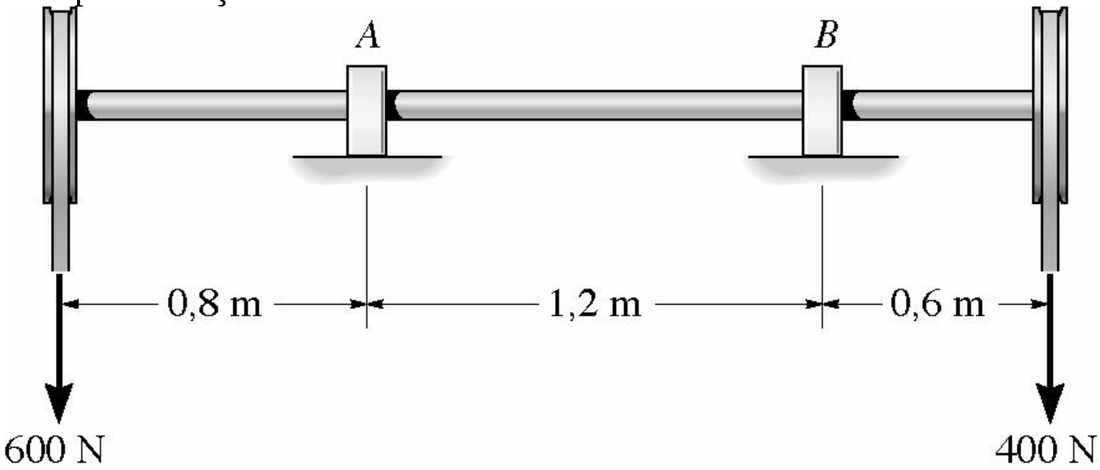
$$\sigma_{méd} = \frac{1}{2}\left(2874+2144\right) = 2509 \text{ psi}$$

$$F_{mesa} = A_{mesa}\times\sigma_{méd}$$

$$F_{mesa} = (6\times1)\times2509 = 15055 \text{ lbf}$$

Resposta: A força resultante que a tensão produz na mesa é de 15,1 kip. A tensão máxima na seção é de 5,2 ksi de compressão na parte inferior da alma.

6.71 Determinar a tensão normal de flexão máxima absoluta no eixo de 30 mm de diâmetro que está submetido a forças concentradas. As buchas nos apoios A e B suportam apenas forças verticais.



Solução:

A tensão normal numa seção transversal de uma viga é:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} c$$

I= momento de inércia da seção (no caso, um círculo). O centróide, c, da seção situa-se no centro da altura. Na questão, o momento máximo, M_{max}, ocorre no apoio A. Com os dados fornecidos na questão:

$$M_{max} = P_1 \times a = 600 \text{N} \times 0{,}8 \text{ m} = 480 \text{ N.m} = 480000 \text{ N.mm}$$

$$I = \frac{\pi \times 30^4}{64}$$

$$c = 15 \text{ mm}$$

Assim:

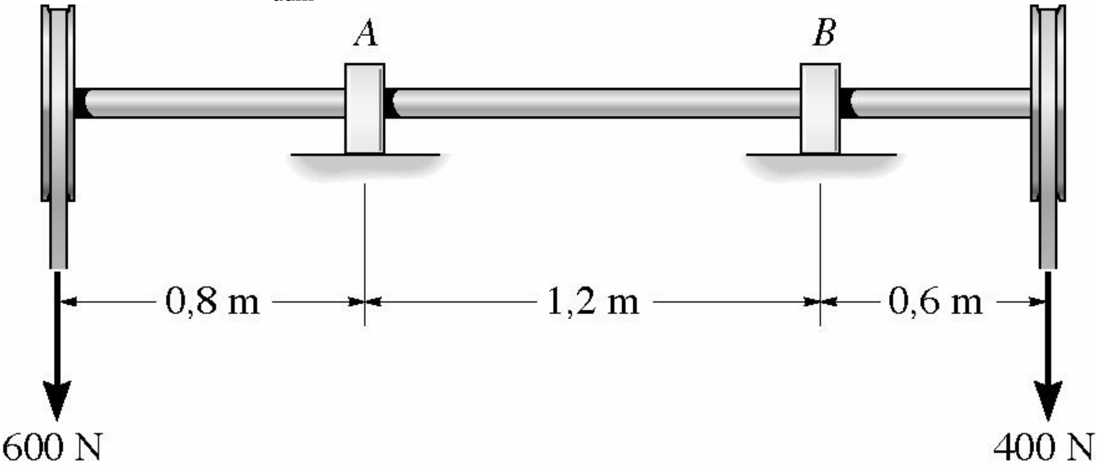
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} c$$

$$\sigma_{max} = \frac{480000}{\frac{\pi \times 30^4}{64}} \times 15 = 181{,}08 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\therefore \sigma_{max} = 181 \text{ MPa}$$

Resposta: A tensão normal de flexão máxima absoluta é de $\boldsymbol{\sigma_{max}}$ **= 181 MPa.**

6.72 Determinar o menor diâmetro admissível do eixo submetido a forças concentradas. As buchas nos apoios A e B suportam apenas forças verticais e a tensão de flexão admissível é $\sigma_{adm} = 160$ MPa.



Solução:

A tensão normal numa seção transversal de uma viga é:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} c$$

I= momento de inércia da seção (no caso, um círculo). O centróide, c, da seção situa-se no centro da altura. Na questão, o momento máximo, M_{max}, ocorre no apoio A. Com os dados fornecidos na questão:

$$M_{max} = P_1 \times a = 600\text{N} \times 0{,}8\text{ m} = 480\text{ N.m} = 480000\text{ N.mm}$$

$$I = \frac{\pi \times d^4}{64}$$

$$c = \frac{d}{2}$$

$$Z = \frac{I}{c} = \frac{\frac{\pi \times d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \times d^3}{32}$$

Assim:

$$\sigma_{adm} = \frac{M_{max}}{I} c = \frac{M_{max}}{Z_{nec}} \Rightarrow Z_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}}$$

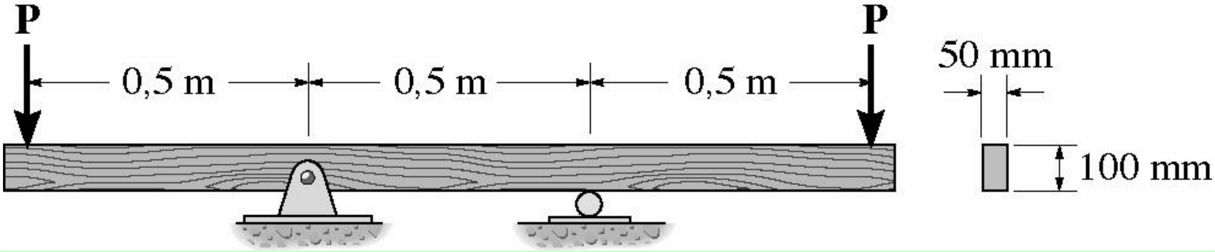
$$Z_{nec} = \frac{480000}{160} = 3000\text{ mm}^3 = \frac{\pi \times d^3}{32}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{32 \times 3000}{\pi}}$$

$$\therefore d = 31{,}3\text{ mm}$$

Resposta: O menor diâmetro admissível é de **d = 31,3 mm.**

6.73 A viga tem seção transversal retangular como mostrado. Determinar a maior carga P que pode ser suportada em suas extremidades em balanço, de modo que a tensão normal de flexão na viga não exceda σ_{adm} = 10MPa.



Solução:

A tensão normal numa seção transversal de uma viga é:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} c$$

I= momento de inércia da seção (no caso, um retângulo). O centróide, c, da seção situa-se no centro da altura. Na questão, o momento máximo, M_{max}, ocorre igualmente nos apoios. Com os dados fornecidos na questão:

$$M_{max} = P \times a = P \times 0{,}5 \text{ m} = 500P \text{ mm}$$

$$I = \frac{50 \times 100^3}{12}$$

$$c = 50 \text{ mm}$$

Assim:

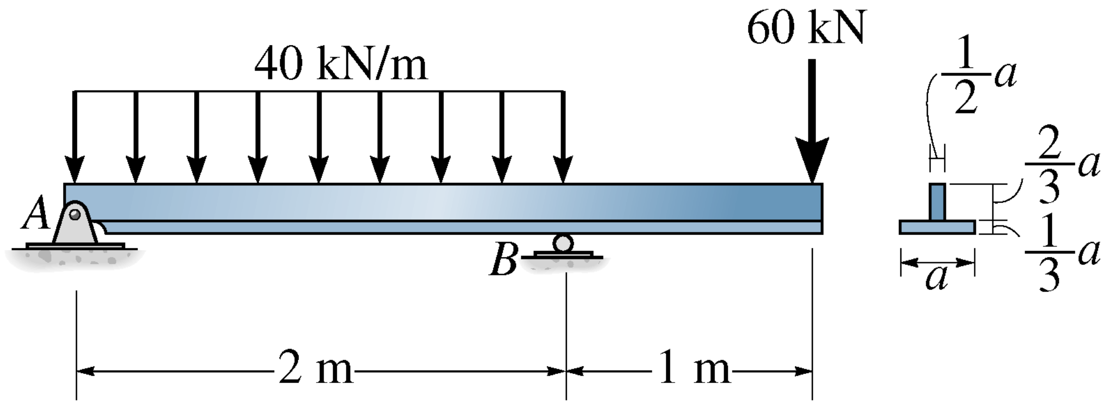
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} c \Rightarrow \sigma_{adm} = \frac{M_{max}}{I} c$$

$$10 = \frac{500P}{\frac{50 \times 100^3}{12}} \times 50 \Rightarrow P = \frac{\frac{50 \times 100^3}{12} \times 10}{500 \times 50}$$

$$\therefore P = 1666{,}67 \text{ N}$$

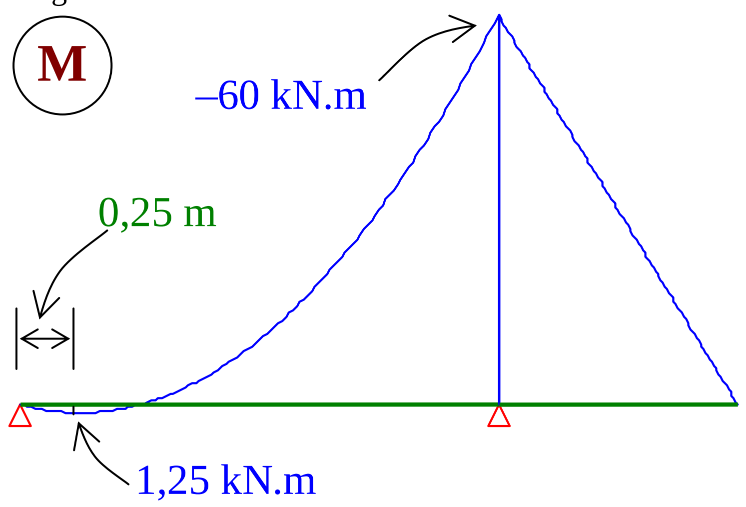
Resposta: A maior carga P que pode ser suportada nas extremidades em balanço é de **P = 1,67 kN.**

6.77. A viga está submetida ao carregamento mostrado. Determinar a dimensão **a** requerida da seção transversal se a tensão de flexão do material for σ_{adm} = 150 MPa.



Solução:

Diagrama de momentos:



M_{max} = 60 kN.m = 60000000 N.mm = 60×10^6 N.mm (tração nas fibras superiores)

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y}=\frac{(a\times\frac{1}{3}a)\times\frac{1}{6}a+(\frac{1}{2}a\times\frac{2}{3}a)\times\frac{2}{3}a}{(a\times\frac{1}{3}a)+(\frac{1}{2}a\times\frac{2}{3}a)}\Rightarrow\bar{y}=\frac{5}{12}a$$

Momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra:

$$I_x=\frac{a\times\left(\frac{1}{3}a\right)^3}{12}+\left(a\times\frac{1}{3}a\right)\times\left(\frac{5}{12}a-\frac{1}{6}a\right)^2+\frac{\frac{1}{2}a\times\left(\frac{2}{3}a\right)^3}{12}+\left(\frac{1}{2}a\times\frac{2}{3}a\right)\times\left(\frac{5}{12}a-\frac{2}{3}a\right)^2$$

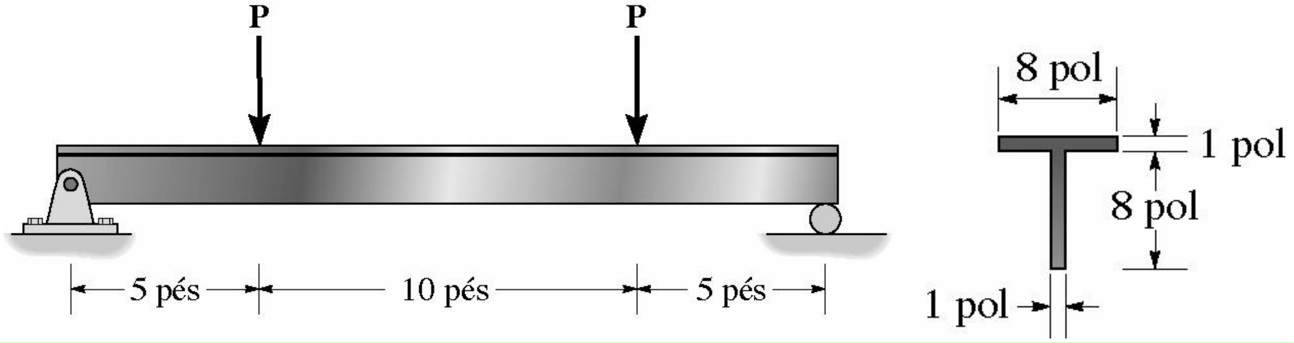
$$\therefore I_x=\frac{37}{648}a^4$$

A tensão normal máxima ocorre na parte superior da seção transversal:

$$\sigma_{sup}=\frac{M_{max}}{I_x}y_{sup}=\frac{60\times10^6}{\frac{37}{648}a^4}\times\left(a-\frac{5}{12}a\right)=150\Rightarrow a=60\times\sqrt[3]{\frac{700}{37}}=159{,}876\text{ mm}$$

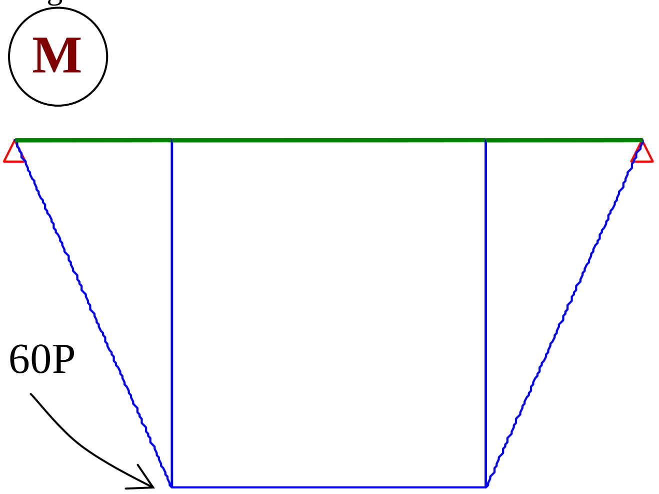
Resposta: A dimensão requerida deve ser **a = 160 mm**

6.79. Determinar a intensidade da carga máxima P que pode ser aplicada à viga, supondo que ela seja feita de material com tensão de flexão admissível $(\sigma_{adm})_c$ = 16 ksi na compressão e $(\sigma_{adm})_t$ = 18 ksi na tração.



Solução:

Diagrama de momentos:



M_{max} = 5×12 P = 60 P (tração nas fibras inferiores) em lbf.pol

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(8\times1)\times8{,}5+(1\times8)\times4}{(8\times1)+(1\times8)} \Rightarrow \bar{y} = 6{,}25 \text{ pol}$$

Momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra:

$$I_x = \frac{8\times1^3}{12}+(8\times1)\times(8{,}5-6{,}25)^2+\frac{1\times8^3}{12}+(1\times8)\times(6{,}25-4)^2$$

$$\therefore I_x = 124{,}33 \text{ pol}^4$$

As tensões normais máximas ocorrem na parte superior (compressão) e na parte inferior (tração) da seção transversal:

$$\sigma_{sup} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{sup} = \frac{60P}{124{,}33}\times2{,}75 = 16000 \Rightarrow P = 12056 \text{ lbf}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{sup} = \frac{60P}{124{,}33}\times6{,}25 = 18000 \Rightarrow P = 5968 \text{ lbf}$$

Resposta: A máxima carga P deve ser **5,968 kip**.