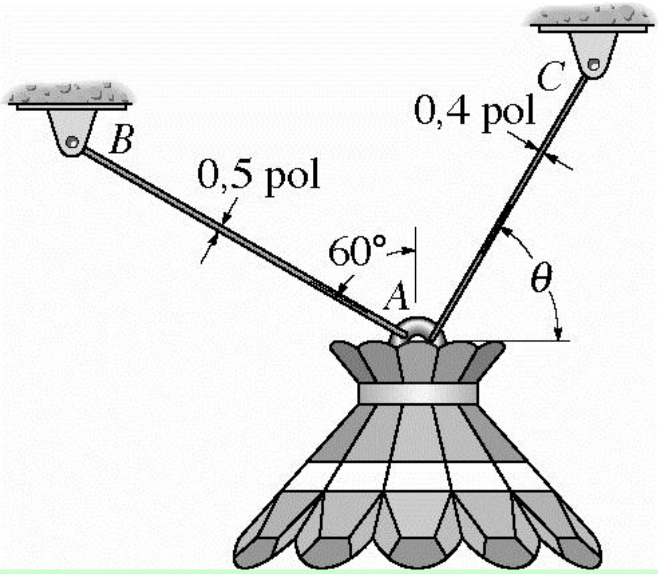
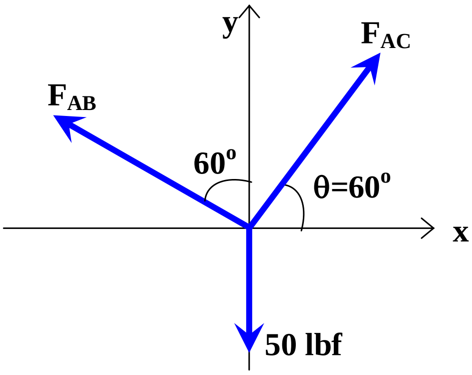
1.36. A luminária de 50 lbf é suportada por duas hastes de aço acopladas por um anel em A. Determinar qual das hastes está sujeita à maior tensão normal média e calcular seu valor. Suponha que θ = 60º. O diâmetro de cada haste é dado na figura.



Solução:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad -F_{AB} \times \text{sen}(60^o) + F_{AC} \times \cos(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{AB}}{F_{AC}} = \frac{\cos(\theta)}{\text{sen}(60^o)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad F_{AB} \times \cos(60^o) + F_{AC} \times \text{sen}(\theta) - 50 = 0$$

Resolvendo:

$F_{AB} = 25 \text{ lbf}$

$F_{AC} = 43{,}3 \text{ lbf}$

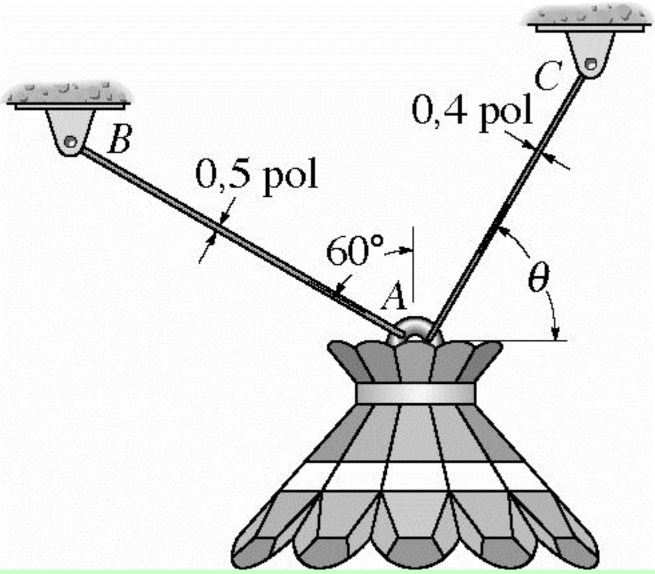
Assim, as tensões são:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{\frac{\pi d_{AB}^2}{4}} = \frac{25}{\frac{\pi \times 0{,}5^2}{4}} = 127{,}324 \text{ psi}$$

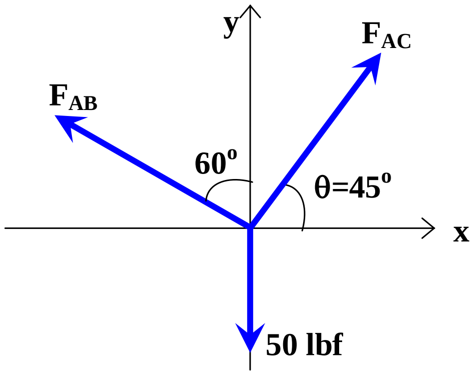
$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{\frac{\pi d_{AC}^2}{4}} = \frac{43{,}3}{\frac{\pi \times 0{,}4^2}{4}} = 344{,}581 \text{ psi}$$

Resposta: As tensões médias que atuam nas seções AB e AC são, respectivamente, **127 psi** e **345 psi**. Portanto, a haste que está sujeita à maior tensão normal média é a **haste AC**.

1.37. A luminária de 50 lbf é suportada por duas hastes de aço acopladas por um anel em A. Determinar qual das hastes está sujeita à maior tensão normal média e calcular seu valor. Suponha que θ = 45º. O diâmetro de cada haste é dado na figura.



Solução:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad -F_{AB} \times sen(60^o) + F_{AC} \times cos(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{AB}}{F_{AC}} = \frac{cos(\theta)}{sen(60^o)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad F_{AB} \times cos(60^o) + F_{AC} \times sen(\theta) - 50 = 0$$

Resolvendo:

$$F_{AB} = 36{,}6 \text{ lbf}$$

$$F_{AC} = 44{,}83 \text{ lbf}$$

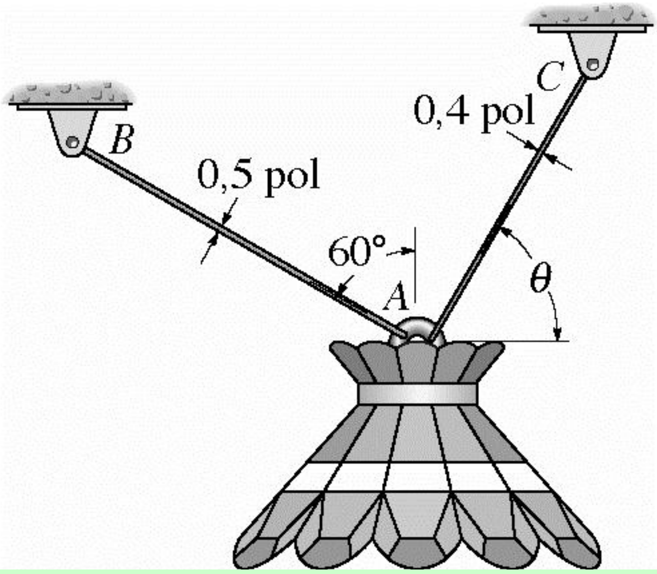
Assim, as tensões são:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{\frac{\pi d_{AB}^2}{4}} = \frac{36{,}6}{\frac{\pi \times 0{,}5^2}{4}} = 186{,}415 \text{ psi}$$

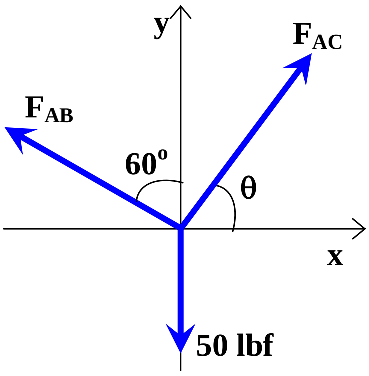
$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{\frac{\pi d_{AC}^2}{4}} = \frac{44{,}83}{\frac{\pi \times 0{,}4^2}{4}} = 356{,}736 \text{ psi}$$

Resposta: As tensões médias que atuam nas seções AB e AC são, respectivamente, **186 psi** e **357 psi**. Portanto, a haste que está sujeita à maior tensão normal média é a **haste AC**.

1.38. A luminária de 50 lbf é suportada por duas hastes de aço acopladas por um anel em A. Determinar o ângulo da orientação de θ de AC, de forma que a tensão normal média na haste AC seja o dobro da tensão normal média da haste AB. Qual é a intensidade dessa tensão em cada haste? O diâmetro de cada haste é indicado na figura.



Solução:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \; -F_{AB} \times \text{sen}(60^o) + F_{AC} \times \cos(\theta) = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{F_{AC}}{F_{AB}} = \frac{\text{sen}(60^o)}{\cos(\theta)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \; F_{AB} \times \cos(60^o) + F_{AC} \times \text{sen}(\theta) - 50 = 0$$

$$\frac{\sigma_{AC}}{\sigma_{AB}} = \frac{\dfrac{F_{AC}}{\dfrac{\pi d_{AC}^2}{4}}}{\dfrac{F_{AB}}{\dfrac{\pi d_{AB}^2}{4}}} = \frac{\dfrac{F_{AC}}{d_{AC}^2}}{\dfrac{F_{AB}}{d_{AB}^2}} = \frac{F_{AC}}{F_{AB}} \times \frac{d_{AB}^2}{d_{AC}^2} = \frac{F_{AC}}{F_{AB}} \times \frac{0{,}5^2}{0{,}4^2} = 2 \Rightarrow \frac{F_{AC}}{F_{AB}} = 1{,}28$$

Resolvendo (equação 1 com a 3):

$\theta = 47{,}42^o$

$F_{AB} = 34{,}66 \text{ lbf}$

$F_{AC} = 44{,}37 \text{ lbf}$

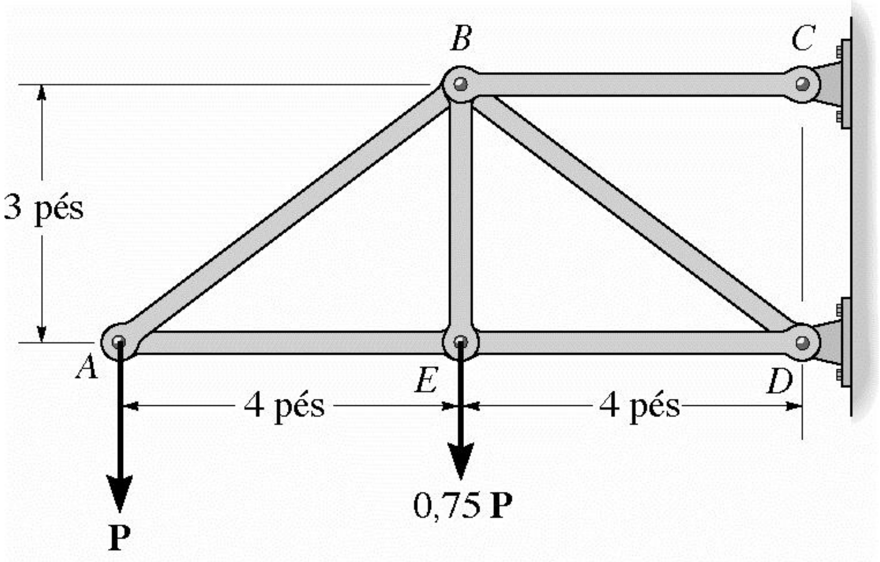
Assim, as tensões são:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{\dfrac{\pi d_{AB}^2}{4}} = \frac{34{,}66}{\dfrac{\pi \times 0{,}5^2}{4}} = 176{,}526 \text{ psi}$$

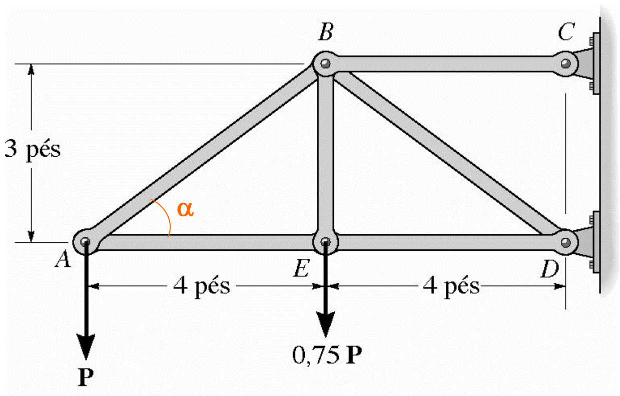
$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{\dfrac{\pi d_{AC}^2}{4}} = \frac{44{,}37}{\dfrac{\pi \times 0{,}4^2}{4}} = 353{,}053 \text{ psi} = 2\,\sigma_{AB}$$

Resposta: As tensões médias que atuam nas seções AB e AC são, respectivamente, **177 psi** e **353 psi**, para um ângulo **θ = 47,4°**.

1.60. As barras da treliça têm uma área da seção transversal de 1,25 pol². Determinar a tensão normal média em cada elemento devido à carga P = 8 kip. Indicar se a tensão é de tração ou de compressão.



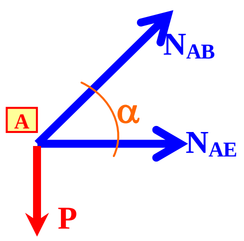
Solução:



$$\text{sen}\ \alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$\cos\ \alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Nó A



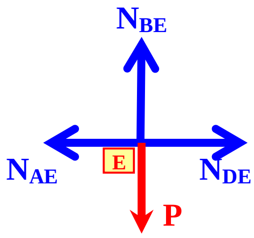
$$\sum F_y = 0 \ \Rightarrow\ -P + N_{AB}\text{sen}\ \alpha = 0 \ \Rightarrow\ N_{AB} = \frac{P}{0{,}6}$$

$$\therefore N_{AB} = \frac{8}{0{,}6} = 13{,}33\ \text{kip}$$

$$\sum F_x = 0 \ \Rightarrow\ N_{AE} + N_{AB}\cos\ \alpha = 0 \ \Rightarrow\ N_{AE} = -N_{AB}\times 0{,}8$$

$$\therefore N_{AE} = -\frac{P}{0{,}6}\times 0{,}8 = -10{,}67\ \text{kip}$$

Nó E



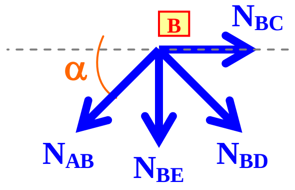
$$\sum F_y = 0 \ \Rightarrow\ N_{BE} - 0{,}75P = 0 \ \Rightarrow\ N_{BE} = 0{,}75P$$

$$\therefore N_{BE} = 0{,}75\times 8 = 6\ \text{kip}$$

$$\sum F_x = 0 \ \Rightarrow\ N_{DE} - N_{AE} = 0 \ \Rightarrow\ N_{DE} = N_{AE}$$

$$\therefore N_{DE} = -\frac{P}{0{,}6}\times 0{,}8 = -10{,}67\ \text{kip}$$

Nó B



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -N_{AB}\,\text{sen}\,\alpha - N_{BD}\,\text{sen}\,\alpha - N_{BE} = 0$$

$$\Rightarrow N_{BD} = \frac{-N_{BE} - N_{AB} \times 0{,}6}{0{,}6} \quad \therefore N_{BD} = \frac{-0{,}75P - P/0{,}6}{0{,}6} = -23{,}33 \text{ kip}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{BC} + N_{BD}\cos\alpha - N_{AB}\cos\alpha = 0$$

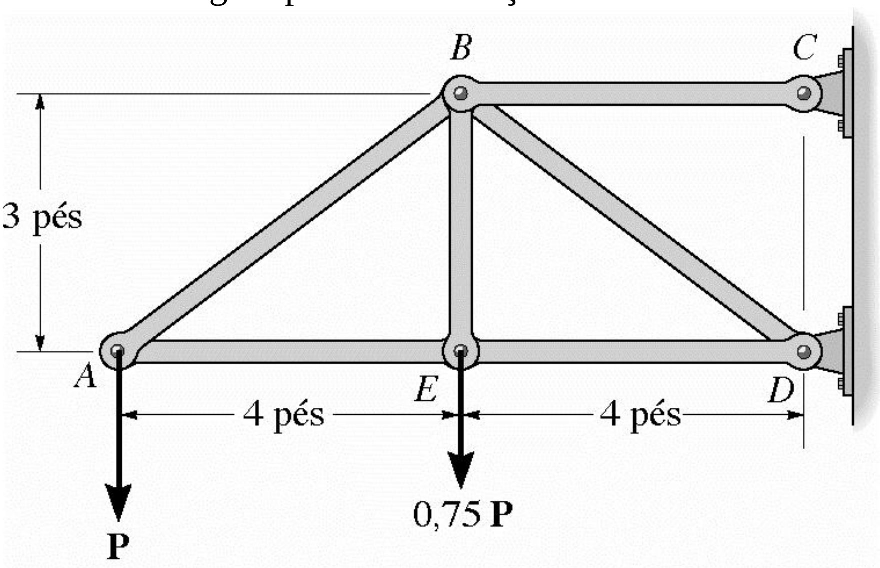
$$\Rightarrow N_{BC} = N_{AB} \times 0{,}8 - N_{BD} \times 0{,}8 = \frac{P}{0{,}6} \times 0{,}8 - \frac{-0{,}75P - P/0{,}6}{0{,}6} \times 0{,}8$$

$$\therefore N_{BC} = 29{,}33 \text{ kip}$$

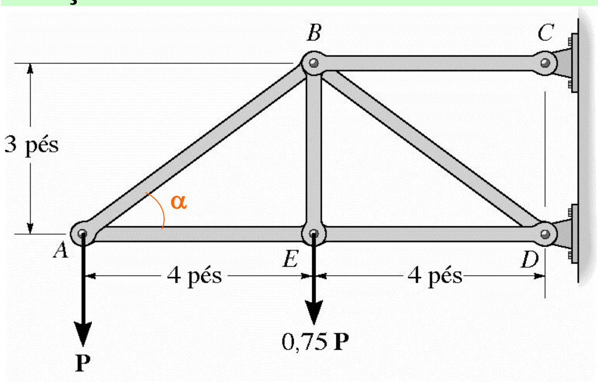
Resposta: Os valores dos esforços e das tensões de tração (indicadas com +) e de compressão (indicadas com –) podem ser resumidos na tabela abaixo.

Barra	Esforço (kip)	Tensão (ksi)
AB	+13,33	+10,67
BC	+29,33	+23,47
DE	-10,67	-8,53
AE	-10,67	-8,53
BE	+6,00	+4,80
BD	-23,33	-18,67

1.61. As barras da treliça têm uma área da seção transversal de 1,25 pol^2. Supondo que a tensão normal média máxima em cada barra não exceda 20 ksi, determinar a grandeza máxima P das cargas aplicadas à treliça.

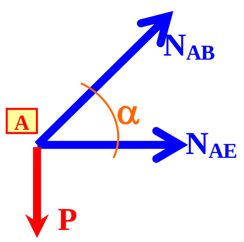


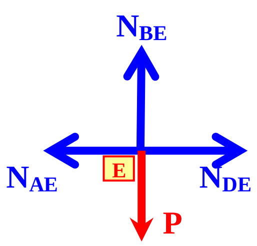
Solução:

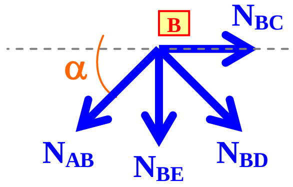


$$\text{sen}\ \alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Nó A 	$\sum F_y = 0 \Rightarrow -P + N_{AB}\text{sen}\ \alpha = 0 \ \therefore\ N_{AB} = \frac{P}{0{,}6} = 1{,}667P$ $\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{AE} + N_{AB}\cos\alpha = 0 \Rightarrow N_{AE} = -N_{AB} \times 0{,}8$ $\therefore N_{AE} = -\frac{P}{0{,}6} \times 0{,}8 = -1{,}333P$

Nó E 	$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{BE} - 0{,}75P = 0 \ \therefore\ N_{BE} = 0{,}75P$ $\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{DE} - N_{AE} = 0 \Rightarrow N_{DE} = N_{AE}$ $\therefore N_{DE} = -\frac{P}{0{,}6} \times 0{,}8 = -1{,}333P$

Nó B 	$\sum F_y = 0 \Rightarrow -N_{AB}\text{sen}\,\alpha - N_{BD}\text{sen}\,\alpha - N_{BE} = 0$ $\Rightarrow N_{BD} = \dfrac{-N_{BE} - N_{AB} \times 0{,}6}{0{,}6} \quad \therefore N_{BD} = \dfrac{-0{,}75P - P/0{,}6}{0{,}6} = -2{,}917P$ $\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{BC} + N_{BD}\cos\alpha - N_{AB}\cos\alpha = 0$ $\Rightarrow N_{BC} = N_{AB} \times 0{,}8 - N_{BD} \times 0{,}8 = \dfrac{P}{0{,}6} \times 0{,}8 - \dfrac{-0{,}75P - P/0{,}6}{0{,}6} \times 0{,}8$ $\therefore N_{BC} = 3{,}667P$

Os valores dos esforços e das tensões de tração (indicadas com +) e de compressão (indicadas com –) podem ser resumidos na tabela abaixo. A tensão normal média máxima ocorre na barra BC.

Barra	Esforço	Tensão
AB	+1,667P	+1,333P
BC	+3,667P	+2,933P
DE	-1,333P	-1,067P
AE	-1,333P	-1,067P
BE	+0,750P	+0,600P
BD	-2,917P	-2,333P

Assim:

$$\sigma = \frac{\text{força}}{A} \Rightarrow \sigma_{adm} = \sigma_{max} \Rightarrow 20\text{ ksi} = 2{,}933P \Rightarrow P = \frac{20}{2{,}933} \quad \therefore P = 6{,}818\text{ kip}$$

Resposta: A grandeza máxima P das cargas aplicadas à treliça deve ser de **6,82 kip**.