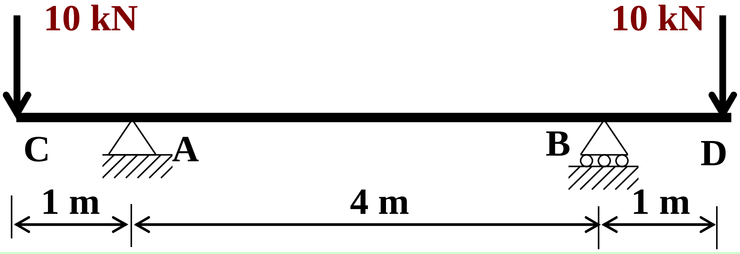
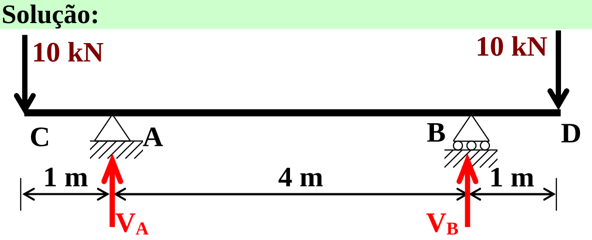
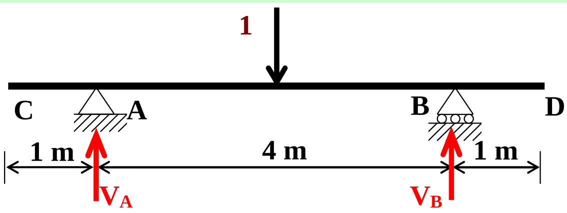
1 – Calcule o deslocamento vertical no meio do vão AB da viga biapoiada vista na figura abaixo. Considere a viga trabalhando fundamentalmente à flexão com inércia EI = 2000 kN.m^2.



Solução:





Reações de apoio para o carregamento original

$\sum M_z = 0$, ou seja, eixo z que no ponto B temos: $V_A \times 4 - 10 \times 5 + 10 \times 1 = 0 \;\Rightarrow\; V_A = 10\,\text{kN}$

$\sum F_y = 0$, temos: $V_A + V_B - 10 - 10 = 0 \;\Rightarrow\; V_B = 10\,\text{kN}$

Tomando a origem de x em C, as equações de esforços nos trechos CA, AB e BD serão:

$$M_{CA}(x) = -10x$$

$$M_{AB}(x) = -10x + V_B(x-1) = -10x + 10(x-1) = -10$$

$$M_{BD}(x) = -10x + V_B(x-1) + V_C(x-5) = -10x + 10(x-1) + 10(x-5) = 10x - 60$$

Procedendo de maneira análoga para a carga unitária, temos as seguintes equações de esforços:

Reações de apoio para o carregamento unitário

$\sum M_z = 0$, ou seja, eixo z que no ponto B temos: $V_A \times 4 - 1 \times 2 = 0 \;\Rightarrow\; V_A = 0{,}5$

$\sum F_y = 0$, temos: $V_A + V_B - 1 = 0 \;\Rightarrow\; V_B = 0{,}5$

Tomando a origem de x em C, as equações de esforços nos trechos CA, AB e BD serão (note que o trecho AB foi dividido por dois, ou seja, de x=1 até x=3m e outro de x=3 até x=5m):

$$\overline{M}_{CA}(x) = 0 \qquad \Rightarrow 0 \le x \le 1$$

$$\overline{M}_{AB}(x) = V_B(x-1) = 0{,}5(x-1) = 0{,}5x - 0{,}5 \qquad \Rightarrow 1 \le x \le 3$$

$$\overline{M}_{AB}(x) = V_B(x-1) - 1(x-3) = 0{,}5(x-1) - 1(x-3) = -0{,}5x + 2{,}5 \qquad \Rightarrow 3 \le x \le 5$$

$$\overline{M}_{BD}(x) = V_B(x-1) - 1(x-3) + V_C(x-5) = 0{,}5(x-1) - 1(x-3) + 0{,}5(x-5) = 0 \qquad \Rightarrow 5 \le x \le 6$$

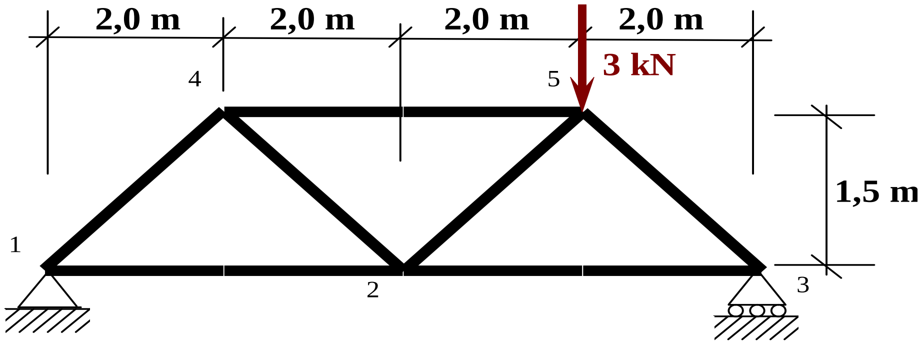
Assim o deslocamento no meio do vão AB é:

$$EI\,\delta = \int_0^1 (-10x)(0)dx + \int_1^3 (-10)(0{,}5x - 0{,}5)dx + \int_3^5 (-10)(-0{,}5x + 2{,}5)dx + \int_5^6 (10x - 60)(0)dx = -20$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{-20}{EI} = \frac{-20}{2000} = -0{,}01\,\text{m}$$

Resposta: Deslocamento vertical no meio do vão AB é δ=**10,0 mm** (para cima)

2 – Calcule o deslocamento vertical do nó 4 da treliça vista na figura abaixo. Considere os nós como rótulas perfeitas e as barras com inércia constante EA = 1854 kN. Note que, na tabela abaixo, os esforços para o carregamento original já foram fornecidos.



Barra	N	$\overline{N}$	L	$N.\overline{N}.L$
1 2	+1,00			
2 3	+3,00			
4 5	-2,00			
1 4	-1,25			
2 4	+1,25			
2 5	-1,25			
3 5	-3,75			

Solução:

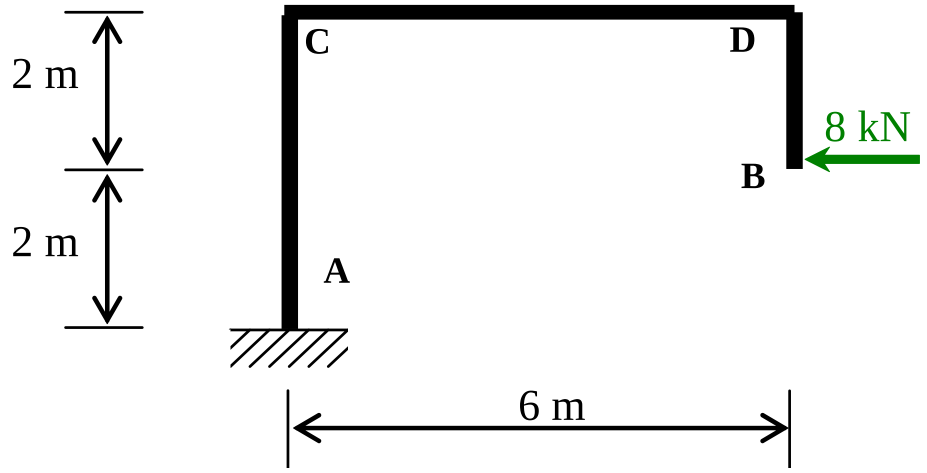
Os esforços normais para a carga unitária (solitária e adimensional) foram calculadas levando em consideração o carregamento original dividido por 3 e girando a treliça em torno do seu eixo de simetria, ou seja, a barra 1-2 tem esforço normal igual a barra 2-3 dividido por 3, a barra 1-4 tem esforço normal igual a barra 3-5 dividido por 3 e assim por diante.

Barra	N	$\overline{N}$	L	$N.\overline{N}.L$
1 2	+1,00	+1,00	4,0	4,00000
2 3	+3,00	0,33333	4,0	4,00000
4 5	-2,00	-0,66667	4,0	5,33333
1 4	-1,25	-1,25	2,5	3,90625
2 4	+1,25	-0,41667	2,5	-1,30208
2 5	-1,25	+0,41667	2,5	-1,30208
3 5	-3,75	-0,41667	2,5	3,90625
			Σ=	**18,54167**

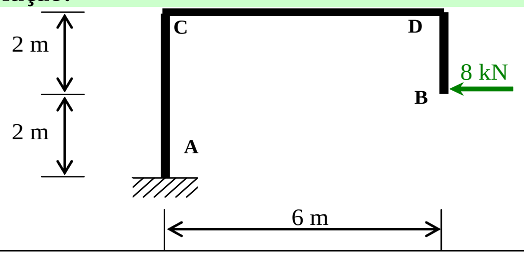
$$\delta = \frac{\sum N\overline{N}L}{EA} = \frac{18{,}54167}{1854} = 0{,}01 \text{ m} \qquad \therefore \delta = 10{,}0 \text{ mm}$$

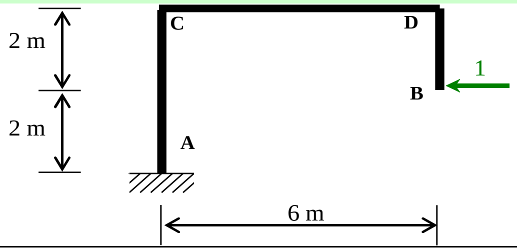
Resposta: Deslocamento vertical do nó 4 é δ=**10,0 mm** (para baixo)

3 – Calcule os deslocamentos horizontal do nó B do quadro isostático representado pela figura abaixo. Considere o quadro trabalhando basicamente à flexão com inércia EI = 50000 kN.m^2.



Solução:





Equações de momentos para o carregamento original	Equações de momentos para a carga unitária
Barra BD – origem do eixo x em B $M_{BD}(x) = 8x \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 2{,}0\ \text{m}$	Barra BD – origem do eixo x em B $\overline{M}_{BD}(x) = x \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 2{,}0\ \text{m}$
Barra CD – origem do eixo x em D $M_{CD}(x) = 16 \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 6{,}0\ \text{m}$	Barra CD – origem do eixo x em D $\overline{M}_{CD}(x) = 2 \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 6{,}0\ \text{m}$
Barra AC – origem do eixo x em C $M_{AC}(x) = 8(x-2) \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 4{,}0\ \text{m}$	Barra AC – origem do eixo x em C $\overline{M}_{AC}(x) = (x-2) \quad \Rightarrow \quad 0 \le x \le 4{,}0\ \text{m}$

$$\delta_{HB} = \int \frac{M\overline{M}}{EI} = \int_0^2 \frac{(8x)(x)}{EI}\,dx + \int_0^6 \frac{(16)(2)}{EI}\,dx + \int_0^4 \frac{8(x-2)(x-2)}{EI}\,dx$$

$$\Rightarrow \delta_{HB} = 8\int_0^2 \frac{(x^2)}{EI}\,dx + 8\int_0^6 \frac{(2)^2}{EI}\,dx + 8\int_0^4 \frac{(x-2)^2}{EI}\,dx = \frac{256}{EI}$$

$$\Rightarrow \quad \delta_{HB} = \frac{256}{50000} = 0{,}00512\ \text{m}$$

Resposta: Deslocamento horizontal do nó B é δ=**5,12 mm** (para esquerda)