Exercícios

1- Resolver o sistema linear abaixo, pelo Método de Jacobi com chute inicial $x^0=\{1,1,1,1\}$, tolerância $\varepsilon=10^{-3}$ e número máximo de iterações $N_{max}=10$.

$$\begin{bmatrix} 9 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 15 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 12 \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10,5 \\ 14,6 \\ 18,1 \\ 19,4 \end{Bmatrix}$$

Solução:

Iteração k=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1 = \frac{(10,5 - x_2 + 2x_3 - 2x_4)}{9}$	1	1,056	1,239	1,220	1,246	1,247	1,249	1,250	**1,250**
$x_2 = \frac{(14,6 - x_1 + 3x_3 - 2x_4)}{15}$	1	0,973	1,145	1,127	1,146	1,148	1,149	1,150	**1,150**
$x_3 = \frac{(18,1 - x_1 + 2x_2 - 3x_4)}{8}$	1	2,013	1,924	1,977	1,995	1,996	1,999	1,999	**2,000**
$x_4 = \frac{(19,4 - 2x_1 - 2x_2 - x_3)}{12}$	1	1,200	1,111	1,059	1,061	1,052	1,051	1,050	**1,050**

Iteração k=1

$$x_1 = \frac{(10,5 - x_2 + 2x_3 - 2x_4)}{9} = \frac{(10,5 - 1 + 2\times 1 - 2\times 1)}{9} = 1,056$$

$$x_2 = \frac{(14,6 - x_1 + 3x_3 - 2x_4)}{15} = \frac{(14,6 - 1 + 3\times 1 - 2\times 1)}{15} = 0,973$$

$$x_3 = \frac{(18,1 - x_1 + 2x_2 - 3x_4)}{8} = \frac{(18,1 - 1 + 2\times 1 - 3\times 1)}{8} = 2,013$$

$$x_4 = \frac{(19,4 - 2x_1 - 2x_2 - x_3)}{12} = \frac{(19,4 - 2\times 1 - 2\times 1 - 1)}{12} = 1,200$$

$$\varepsilon_r = \max\left|x^1 - x^0\right| = \max\begin{Bmatrix} |1,056-1| \\ |0,973-1| \\ |2,013-1| \\ |1,200-1| \end{Bmatrix}$$

$$= \max\begin{Bmatrix} 0,056 \\ 0,027 \\ 1,013 \\ 0,200 \end{Bmatrix} = 1,013 \;\therefore\; \varepsilon_r = 1,013 > \varepsilon = 10^{-3}$$

Como $\varepsilon_r > \varepsilon$ então devemos continuar com uma nova iteração 2 (vista na tabela acima). A solução é encontrada quando o erro $\varepsilon_r \le \varepsilon$, ou seja, a solução do sistema linear acima é:

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,25 \\ 1,15 \\ 2 \\ 1,05 \end{Bmatrix}$$

encontrada após 8 iterações < N_{max}

Utilize o mesmo roteiro acima para resolver o sistema abaixo com chute inicial $x^0=\{0,0,0,0\}$

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 14 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 13 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 9 \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,38 \\ 5,06 \\ 6,88 \\ 6,54 \end{Bmatrix} \quad \text{Solução } x = \begin{Bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{Bmatrix}$$

2- Resolver o sistema linear abaixo, pelo método de Gauss-Seidel com chute inicial $x^0=\{0,0,0,0\}$ com tolerância $\varepsilon=0,001$ e número máximo de iterações $N_{max}=8$.

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 8 \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,5 \\ -2,5 \\ 2,1 \\ 0,1 \end{Bmatrix} \quad \text{Solução } x = \begin{Bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{Bmatrix}$$

Iteração k=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1 =$	0								
$x_2 =$	0								
$x_3 =$	0								
$x_3 =$	0								
$\varepsilon_r=$									

willian@profwillian.com
www.profwillian.com